دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

گروه مهندسی صنایع

جزوه درس برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها I

استاد : دکتر محمدی بیدهندی

(ویرایش چهارم)

سال ۱۳۸۷

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

بخش اول : اصول و روشهای پیش بینی

۱- تعریف پیش بینی ۲
۲- اهمیت و لزوم پیش بینی ۲
۳- انواع روشهای پیش بینی ۴
۱-۳- روشهای نظری ۵
۲-۳- روشهای آماری و محاسباتی ۷
۴- روشهای پیش بینی بر مبنای گذشته ۸
۱-۴- روش تقاضای واقعی دوره قبل ۱۰
۲-۴- روش میانگین ساده ۱۱
۳-۴- روش میانگین متحرک ۱۲
۱-۳-۴- روش میانگین متحرک با در نظر گرفتن تغییرات فصلی ۱۴
۴-۴- روش میانگین متحرک وزنی ۱۶
۵-۴- روش هموار سازی نمایی یا نمو هموار ساده ۱۷
۶-۴- روش نمو هموار با اصلاح روند ۲۱
۷-۴- تکنیک تعیین معادله خط روند ۲۵
۸-۴- روش هموار سازی نمایی با الگوی فصلی ۲۸
۵- روشهای پیش بینی علت و معلولی- روش تحلیل رگرسیون خطی ۳۳
۶- اندازه گیری دقت روشهای پیش بینی ۳۷
۷- کنترل پیش بینی ۳۸

عنوان	صفحه

بخش دوم : برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها

فصل اول : مقدمه ای بر برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها

۱- مقدمه ۴۰

۲- تعریف موجودی و کنترل موجودی ۴۱

۳- طبقه بندی موجودیها ۴۱

۴- عوامل هزینه در کنترل موجودی ۴۲

۵- رابطه بین هزینه موجودیها با سیاستهای کنترل موجودی ۴۴

۶-۱- انواع سیستمهای کنترل موجودی ۱۱

فصل دوم : انواع سیستمهای کنترل موجودی

۱- مقدمه ۴۵

۲- طبقه بندی ارزشی اجناس ۴۶

۱-۲- روش اعمال طبقه بندی ABC ۴۶

۲-۲- کاربردهای طبقه بندی ABC ۴۷

۳- سیستمهای مختلف سفارشات ۴۹

۱-۳- سیستم نقطه سفارش ۴۹

۲-۳- سیستم دوره سفارش ۵۱

۴- ساده سازی سیستمهای نقطه سفارش و دوره سفارش ۵۲

۱-۴- سیستم دو ظرفی ۵۲

۲-۴- سیستم بازدید عینی ۵۳

فصل سوم : مقدار سفارش اقتصادی

۱- مقدمه ۵۴

۲- ساختار مدلهای تعیین مقدار سفارش اقتصادی ۵۵

۳- مدل کلاسیک تعیین مقدار سفارش اقتصادی ۵۶

۴- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی در حالت دریافت تدریجی کالا ۶۱

۵- تعیین مقدار سفارش اقتصادی وقتی کمبود مجاز است ۶۵

۱-۵- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی وقتی کمبود قابل جبران است ۶۵

۲-۵- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی وقتی کمبود قابل جبران نیست ۶۸

عنوان	صفحه

۶- مدل تعیین مقدار تولید اقتصادی وقتی کمبود مجاز و قابل جبران باشد ۷۱

۷- تعیین مقدار سفارش اقتصادی در حالت وجود تخفیف بر قیمت ۷۵

۱-۷- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی درحالت وجود تخفیف کلی ۷۵

۲-۷- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی در حالت وجود تخفیف افزایشی ۸۳

۸- مقدار سفارش اقتصادی چند کالا و نقش محدودیتها ۸۶

۱-۸- مقدار سفارش اقتصادی چند کالا در حالت وجود یک محدودیت ۸۶

۲-۸- مقدار سفارش اقتصادی چند کالا در حالت وجود دو محدودیت ۸۸

۹- تجزیه و تحلیل حساسیت فرمول EOQ ۹۱

فصل چهارم : نقطه سفارش مجدد و ذخیره احتیاطی

۱- مقدمه ۹۴

۲- تعریف نقطه سفارش مجدد ۹۶

۱-۲- عوامل مؤثر در تعیین نقطه سفارش مجدد ۹۷

۲-۲- تعیین نقطه سفارش مجدد در مدلهای قطعی کنترل موجودی ۹۷

۱-۲-۲- تعیین نقطه سفارش مجدد بر حسب موجودی در دست ۹۸

۳- مدلهای احتمالی ۱۰۱

۱-۳- الگوریتم عمومی تعیین نقطه سفارش مجدد و ذخیره احتیاطی در حالتی که مدت تحویل و تقاضا در طول مدت تحویل با توزیع نرمال مشخص باشند ۱۰۲

پیوست یک - جدول نرمال استاندارد ۱۰۵

پیوست دو - نمونه سؤالات امتحانی ۱۰۶

فهرست منابع و مراجع ۱۱۷

بخش اول

اصول و روشهای پیش بینی

۱- تعریف پیش بینی

اصطلاح پیش بینی[1] همان گونه که از معنای لغوی آن بر می آید ، عبارت از تجسم یک موقعیت یا وضعیت درآینده است . از پیش بینی های لازم در فعالیت های صنعتی ، پیش بینی میزان تقاضای محصولات و مصرف مواد و قطعات است . بعنوان مثال ، یک کارخانه سازنده خودرو باید همواره پیش بینی دقیقی از تعداد خودروهایی که میتواند در ماهها و حتی سالهای آینده به فروش برساند ، در دست داشته باشد .

۲- اهمیت و لزوم پیش بینی

اگر هدف اصلی یک واحد صنعتی را عبارت از تولید و عرضه محصولات به بازار بدانیم ، مشخص است که کلیه فعالیتهای آن واحد از برنامه های تولید محصولات سر چشمه خواهد گرفت . عواملی نظیر نیروی انسانی لازم ، حجم ماشین آلات و تجهیزات لازم ، مقادیر موجودی مواد اولیه و قطعات و ... بستگی به مقادیر تولید محصول در این واحد خواهد داشت . بنابراین در صورتی که برنامه تولید دراز مدت یا میان مدتی برای آن واحد موجود باشد ، قسمت کارگزینی می تواند برنامه نیروی انسانی لازم را بر اساس آن تهیه کند . قسمت مهندسی و طراحی کارخانه می توانند حجم ماشین آلات و تجهیزات مورد نیاز را برنامه ریزی کنند . امور مالی بودجه لازم را پیش بینی خواهد کرد . قسمت کنترل موجودی ، مقادیر مواد اولیه ، قطعات یدکی و مواد مصرفی را برنامه ریزی خواهند نمود . اینجاست که نیاز به انجام یک پیش بینی دقیق مشهود خواهد بود .

[1] Forecasting

امور داخلی شرکت که با استفاده از پیش بینی های انجام شده قابل برنامه ریزی وکنترل میباشند ، عبارتند از :

- برنامه ریزی و زمان بندی تولید
- خرید و ذخیره مواد و قطعات
- بررسی نیروی انسانی لازم
- بررسی سرمایه گذاریهای لازم و بودجه مورد لزوم .

با در دست داشتن برنامه ریزی مناسب از فعالیتهای فوق می توان عوامل را با بازده بهتری بکار گرفت و از ناهماهنگی و عدم توازن بین آنها جلوگیری نمود .

لازم به توضیح است که در بعضی شرایط ممکن است میزان تقاضای محصول به حدی زیاد باشد که آن واحد صنعتی نیازی به پیش بینی مقادیر قابل فروش نداشته باشد . باید توجه داشت که در این شرایط نیز عوامل محدود کننده تولید و نحوه تغییرات آنها در آینده باید بطور دقیق مورد پیش بینی قرار گیرد و برنامه های تولید بر این اساس تهیه شود . به عنوان مثال ممکن است مواد اولیه در یک کارخانه عامل محدود کننده مقدار تولید باشد . در چنین شرایطی برای تعیین خط مشی آینده ، کارخانه لازم خواهد داشت ، مقادیر احتمالی مواد اولیه را که در آینده می تواند بدست بیاورد پیش بینی کند .

به طور خلاصه می توان گفت که پیش بینی در صنعت عبارت از ایجاد رابطه بین تغییرات غیر قابل کنترل خارج از محیط صنعت ، با تغییرات قابل کنترل داخل محیط صنعت می باشد . بنابر این انجام عمل پیش بینی مستلزم مطالعه و آنالیز دقیق عوامل محیط خارج است . در بسیاری از موارد ، مطالعه این عوامل با بررسی روند حرکت آنها در گذشته قابل دسترسی است . باید توجه داشت که مقادیر پیش بینی نمی توانند بطور صد در صد با آنچه در عمل پیش خواهد آمد ، تطابق داشته باشند ، ولیکن استفاده از روشهای علمی و تجربه شده در امر پیش بینی باعث می شود نتایج حاصله به واقعیت نزدیک شوند .

۳- انواع روشهای پیش بینی

هر مدیری در تصمیم گیری های خود به نحوی با پیش بینی سر و کار دارد . انجام برخی از این پیش بینی ها ساده و برخی دیگر پیچیده و مشکل می باشند . همچنین پیش بینی ها می توانند برای دوره های زمانی کوتاه مدت یا بلند مدت انجام گیرند . البته هیچگاه پیش بینی دقیقاً با واقعیت تطبیق نمی کند و باید کوشید خطای پیش بینی به حداقل ممکن برسد .

روشها و تکنیک های مختلفی برای پیش بینی ایجاد شده است . هر یک از این فنون کاربرد خاص خود را دارد و با آگاهی از مجموعه آنها می توان پیش بینی های موفق تری را انجام داد . مدیران باید سعی کنند تا مدلی را برای پیش بینی انتخاب کنند که پاسخ گوی نیازهای سازمان و متناسب با فعالیت های آن باشد . در بسیاری از موارد ممکن است یک مدل ساده پیش بینی ، نتایج بهتری نسبت به یک مدل پیچیده ارائه دهد .

بطور کلی می توان روشهای پیش بینی را به دو گروه عمده بشرح زیر تقسیم بندی نمود :

- روشهای نظری[1]
- روشهای آماری و محاسباتی[2]

[1] Qualitative Methods
[2] Quantitative Methods

۱-۳- روشهای نظری

در مواقعی که اطلاعات دقیق و کامل در مورد مسئله وجود نداشته باشد ، از این نوع روشهای پیش بینی استفاده میشود . در این روشها سعی می گردد که نظرات ذهنی کارشناسان فن به صورت مقادیر کمی در آید . به هر حال در این روشها اتکای ما بر قضاوت ذهنی افراد و تعبیر و تفسیر آنها از اطلاعات برای پیش بینی آینده خواهدبود ، به همین دلیل به آن پیش بینی قضاوتی[1] گفته میشود . روشهای نظری بیشتر برای پیش بینی های بلند مدت به کار می رود .

بدیهی است انجام هر نوع پیش بینی از طریق محاسبات و با نشان دادن آمار و ارقام امکان پذیر نیست . عواملی مختلف نظیر تغییر و تحولات اجتماعی ، سیاست های داخلی و خارجی کشور ، نحوه تغییر سطح توقعات مردم ، امکان تولید محصولات جدیدتر و با شرایط بهتر توسط رقبا و بسیاری از عوامل دیگر ، مطمئناً در میزان تقاضای مردم دخالت خواهند داشت .

به عنوان مثال ممکن است با توجه به وضع اقتصادی دولت و مسائل مورد بحث در محافل تصمیم گیرنده ، بتوان پیش بینی کرد که در آینده ممکن است مبالغ دریافتی بابت مالیات یک محصول بالا برود . بالا رفتن مالیات بی شک باعث افزایش قیمت محصول خواهد شد . این افزایش قیمت تا چه حد در میزان تقاضای مردم اثر خواهد گذاشت ؟ مسلماً هر نوع افزایش قیمتی باعث کاهش تقاضا خواهد گردید ، ولی این اثر در محصولات مختلف ممکن است متفاوت باشد . تقاضای بعضی از محصولات در مقابل تغییر قیمت عکس العمل سریعی نشان می دهند و برخی دیگر از محصولات عکس العملهای آرام تری خواهند داشت .

بطور کلی دقت پیش بینی های نظری بستگی به میزان مهارت و اطلاعات اقتصادی ، اجتماعی و سیاسی افراد پیش بینی کننده دارد . به همین جهت اینگونه پیش بینی ها توسط گروه های کارشناسی انجام می گیرد . پیش بینی های قضاوتی (نظری) از آنجایی که به آمار و اطلاعات ثبت شده ای مبتنی نیستند از

[1] Judgmental Methods

اطمینان زیادی برخوردار نمی باشند ، ولیکن در بعضی از امور تنها راه پیش بینی می باشند . دو روش معروف در این زمینه عبارتند از :

۱-۱-۳- روش دلفی

در این روش از نظر متخصصان فن نهایت استفاده به عمل می آید . ابتدا گروهی از کارشناسان و متخصصان صاحب نظر انتخاب می شوند و بوسیله پرسشنامه ای نظرات آنان در مورد موضوع مربوطه گردآوری می شود . سپس نظرات مختلف را به سایر اعضای گروه اطلاع داده و نظرات جدید جمع آوری می شوند . به این ترتیب همه اعضاء از اطلاعات و نظرات دیگران مرتبا مطلع می شوند و به اظهار نظر جدیدی می پردازند . از آنجا که در روش دلفی نظرات بصورت کتبی و انفرادی اعلام می شود ، افراد گروه تحت نظر اکثریت قرار نمی گیرند و آزادانه نظر واقعی خود را ابراز میدارند . با ادامه جریان ارسال اطلاعات و نظر جوئیهای جدید ، مدیر می تواند بر اساس نظرات گردآوری شده نتیجه ای برای پیش بینی بدست آورد . روش دلفی بیشتر برای پیش بینی های بلند مدت (بیشتر از دو سال) بکار می رود .

۲-۱-۳- روش توافق جمعی

در این روش اعتقاد بر این است که نظر جمع متخصصان بهتر از نظر یک فرد است . از این رو طی جلساتی نظر افراد حضوراً گردآوری می شود و پس از بحث و گفتگو آنچه که مورد توافق جمع است ، اساس پیش بینی قرار می گیرد . به علت اینکه افراد باید در جلسه ، نظرات خود را بطور علنی ابراز کنند ، جو جلسه و نظر سایرین می تواند نظرات ابراز شده را تحت تأثیر قرار دهد .

۲-۳- روشهای آماری و محاسباتی

در این نوع روشها محاسبات انجام شده مبتنی بر آمار و ارقام گذشته خواهد بود . روشهای آماری و محاسباتی بطور کلی به دو دسته بشرح زیر تقسیم بندی میشوند :

- روشهای پیش بینی بر مبنای گذشته[1]
- روشهای پیش بینی علت و معلولی[2]

۱-۲-۳- روشهای پیش بینی بر مبنای گذشته

در این نوع روشها داده های گذشته را اساس پیش بینی آینده قرار می دهیم . به عبارت دیگر فرض ما بر این است که در آینده کوتاه مدت یا میان مدت می توان روند گذشته را ملاک پیش بینی قرار داد . اگر چه اطلاعات گذشته راهنمای خوبی برای آینده است ، اما به علت تغییراتی که در طول زمان رخ می دهد ، این روش به طور دقیق نمی تواند آینده بلند مدت را آنچنان که اتفاق خواهد افتاد پیش بینی کند .

۲-۲-۳- روشهای پیش بینی علت و معلولی

اگر اطلاعات کافی در مورد موضوع پیش بینی موجود بوده و روابط بین متغیرها نیز مشخص باشد ، می توان از این روشها استفاده نمود . به عنوان مثال اگر بین میزان فروش و متغیرهای دیگری مانند قیمت کالا و درآمد خالص رابطه ای وجود داشته باشد ، می توان با استفاده از روشهای پیش بینی علت و معلولی مدلی برای روابط مذکور ساخته و به انجام پیش بینی پرداخت .

حال در مورد هر یک از انواع روشهای پیش بینی آماری و محاسباتی توضیحات بیشتری داده و تکنیک های مختلفی را برای هر یک ارائه میکنیم .

[1] Time Series Methods
[2] Causal Methods

٤- روشهای پیش بینی بر مبنای گذشته

در این روشها پیش بینی آینده مبتنی بر آمار گذشته خواهد بود و لیکن عواملی ممکن است موجب بروز تغییرات در مصرف گردند . انواع تغییرات مصرف را نسبت به عامل زمان می توان به پنج دسته بشرح زیر تقسیم بندی کرد :

۱) تغییرات روندی (Trend Variation) : روند به یک حرکت طولانی مدت به سمت بالا و یا پایین در داده ها اطلاق میشود . چنانچه تقاضای یک محصول در هر سال نسبت به سال قبل افزایش (کاهش) داشته باشد ، این تغییرات نشان دهنده تغییرات روندی در تقاضای این محصول است .

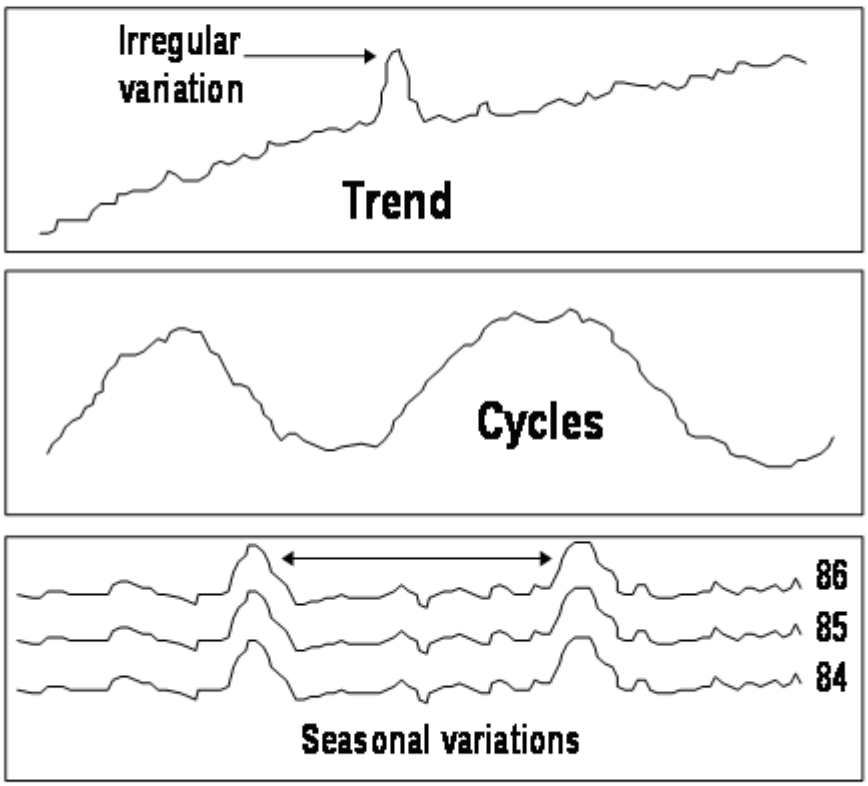
۲) تغییرات فصلی (Seasonal Variation) : تغییرات منظم تقاضا در فصول (ماهها - هفته ها) مشخصی از دوره مورد نظر برای پیش بینی ، تغییرات فصلی نامیده میشود .

۳) تغییرات نامنظم (Irregular Variation) : تغییرات غیر معمول مانند شرایط سخت آب و هوایی ، بحرانهای مالی و اقتصادی و ... که تابع نظم مشخصی نباشد ، تغییرات نامنظم نامیده میشوند . هرگاه که امکان پذیر باشد ، بایستی این نوع تغییرات در داده ها مشخص شده و از داده ها حذف شوند .

۴) تغییرات دوره ای (Cycle Variation) : سیکل ها ، تغییرات موجی شکل در داده ها برای مدت بیش از یکسال هستند . این تغییرات اغلب مرتبط با یک متغیر اقتصادی ، سیاسی و حتی شرایط کشاورزی میباشند .

۵) تغییرات تصادفی (Random Variation) : پس از درنظرگرفتن تمامی انواع تغییرات در داده ها، تغییرات ناگهانی کوچک در تقاضا بعنوان تغییرات تصادفی در نظر گرفته میشوند .

Forecast Variations



در پیش بینی بر مبنای گذشته از تکنیک های مختلفی استفاده می شود که با توجه به میزان دقت و حساسیت لازم در پیش بینی می توان از این تکنیک ها استفاده نمود . در ادامه به تشریح این تکنیک ها می پردازیم .

۱-٤- روش تقاضای واقعی دوره قبل (Naive Approach)

در این روش ، پیش بینی تقاضای هر دوره را مساوی با مصرف واقعی دوره قبل فرض می کنیم . این روش ساده برای شرایطی که تقاضای واقعی دوره های گذشته تقریباً یکنواخت و با ثبات است ، مناسب میباشد . بعنوان مثال اگر تقاضا برای محصولی در هفته گذشته ۲۰ واحد بوده ، پیش بینی تقاضا برای این هفته نیز معادل ۲۰ واحد خواهد بود . البته در این روش میتوان تغییرات فصلی و تغییرات روندی را نیز در نظر گرفت .

برای در نظر گرفتن تغییرات فصلی در این روش ، پیش بینی برای این فصل ، معادل تقاضای واقعی فصل مشابه در دوره گذشته خواهد بود . بعنوان مثال پیش بینی تقاضای میوه در هفته آخر اسفند ماه امسال ، معادل میزان تقاضای میوه در هفته مشابه سال گذشته در نظر گرفته خواهد شد .

چنانچه داده های گذشته دارای تغییرات روندی باشند ، پیش بینی تقاضا برای این دوره معادل تقاضای واقعی دوره قبل بعلاوه اختلاف مابین مقادیر واقعی دو دوره قبل خواهد بود . مثال زیر را در نظر بگیرید :

دوره	تقاضای واقعی	تغییر نسبت به دوره قبل	پیش بینی
t – 2	50		
t – 1	53	+3	
t			53+(+3)=56

۲-٤- روش میانگین ساده (Simple Average)

در این روش جهت پیش بینی مقادیر تقاضا در هر دوره ، میانگین تقاضای واقعی دوره های قبلی را محاسبه میکنیم . این روش سطح تغییرات تصادفی را هموار کرده ، ولی در عین حال بطور کامل در مقابل روند تقاضا عکس العمل مناسب نشان نمیدهد .

$$F_t = \frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1} A_i$$

وقتی که :

t : شماره دوره

$A_i : i$ تقاضای واقعی دوره

$F_t : t$ پیش بینی تقاضای دوره

۳-٤- روش میانگین متحرک (Moving Average)

این تکنیک حد مابین روشهای تقاضای واقعی دوره قبل و میانگین ساده است . در روش میانگین متحرک ، میانگین یک تعداد از داده های واقعی آخرین دوره های گذشته ، مبنای محاسبه پیش بینی خواهد بود . بعبارت دیگر ، میانگینی که با استفاده از اطلاعات جدید مرتباً به روز در آورده شود ، میانگین متحرک نامیده میشود .

به عنوان مثال دوره پیش بینی را سه ماهه فرض کنید . برای پیش بینی میزان فروش در تیر ماه میانگین میزان فروش فروردین ، اردیبهشت و خرداد مبنای محاسبه قرار می گیرد . برای پیش بینی میزان فروش در مرداد ماه ، میانگین میزان فروش اردیبهشت ، خرداد و تیر مبنای محاسبه قرار می گیرد و میزان فروش فروردین از محاسبه حذف می گردد . به همین ترتیب آمار جدیدتر جایگزین آمار قدیمی شده و میانگین به سمت جلو حرکت می کند و از این جهت است که این روش میانگین متحرک نامیده می شود .

$$F_t = \frac{A_{t-1} + A_{t-2} + ... + A_{t-n}}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} A_{t-i}$$

وقتی که :

t : شماره دوره

A_{t-i} : t-i تقاضای واقعی دوره

n : تعداد دوره جهت میانگین گیری (دوره تناوب)

F_t : t پیش بینی تقاضای دوره

مثال : تقاضای واقعی محصولی برای ۵ دوره گذشته بصورت زیر داده شده است :

دوره	۱	۲	۳	۴	۵
تقاضا	42	40	43	40	41

پیش بینی تقاضای دوره ۶ بر اساس میانگین متحرک سه دوره ای بصورت زیر خواهد بود :

$$F_6 = \frac{A_5 + A_4 + A_3}{3} = \frac{41 + 40 + 43}{3} = 41.33$$

اگر تقاضای واقعی دوره ۶ معادل ۳۸ واحد داده شده باشد ، پیش بینی میانگین متحرک برای دوره ۷ بصورت زیر خواهد بود :

$$F_7 = \frac{A_6 + A_5 + A_4}{3} = \frac{38 + 41 + 40}{3} = 39.67$$

- روش میانگین متحرک بر پایه تعداد دوره های بیشتر ، اثر هموارسازی بیشتری در مورد تغییرات تصادفی دارد . ولیکن در مورد تغییرات روندی عکس العمل مناسبی نخواهد داشت .
- روش میانگین متحرک بر پایه تعداد دوره های کمتر ، دارای اثر هموارسازی کمتر بوده ، ولیکن در مورد تغییرات روندی عکس العمل مناسب تری خواهد داشت .

۱-۳-٤- محاسبه خطای پیش بینی در روش میانگین متحرک

خطای پیش بینی عبارت است از فاصله آنچه واقعیت دارد با آنچه پیش بینی شده . برای انتخاب دوره تناوب مناسب در روش میانگین متحرک معمولاً میانگین خطای پیش بینی بر پایه تعداد دوره های مختلف را محاسبه و دوره تناوبی را که دارای میانگین خطای کمتری باشد ، انتخاب می کنند . میانگین خطای پیش بینی بصورت زیر محاسبه می شود :

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{N} |A_i - F_i|}{N}$$

۲-۳-٤- روش میانگین متحرک با در نظر گرفتن تغییرات فصلی

چنانچه در تقاضای واقعی دوره های گذشته تغییرات فصلی وجود داشته باشد ، ابتدا باید بر اساس داده های مربوط به سالهای گذشته ضرایب فصلی محاسبه گردند . جهت محاسبه ضرایب فصلی بهتر است از داده های دو تا چهار سال گذشته استفاده شود . برای این منظور بصورت زیر عمل می نمائیم :

۱- میانگین تقاضای واقعی هر سال را محاسبه میکنیم .

۲- درصد تغییر تقاضای واقعی هر دوره نسبت میانگین تقاضای سال مربوطه بدست می آوریم .

۳- میانگین درصدهای تغییر مربوط به هر فصل را بدست آورده و آنرا ضریب فصلی مربوط به آن فصل می نامیم .

سپس جهت پیش بینی تقاضای دوره های آینده با در نظر گرفتن تصحیحات فصلی از رابطه زیر استفاده میگردد :

ضریب فصلی × مقدار پیش بینی میانگین متحرک = مقدار پیش بینی با اعمال ضریب فصلی

مثال : تقاضای واقعی کالایی برای چهار سال گذشته بصورت جدول زیر داده شده است . با استفاده از روش میانگین متحرک چهار دوره ای و با در نظر گرفتن تغییرات فصلی ، پیش بینی تقاضا برای سال ۱۳۸۷ را محاسبه کنید .

دوره		تقاضای واقعی	پیش بینی تقاضا	میانگین تقاضای واقعی هر سال	درصد تغییر تقاضای واقعی
1383	بهار	900		750	120
	تابستان	750			100
	پائیز	650			87
	زمستان	700			93
1384	بهار	800	750	687.5	116
	تابستان	700	725		102
	پائیز	600	712.5		87
	زمستان	650	700		95

دوره		تقاضای واقعی	پیش بینی تقاضا	میانگین تقاضای واقعی هر سال	درصد تغییر تقاضای واقعی
1385	بهار	700	687.5	525	133
	تابستان	550	662.5		105
	پائیز	400	625		76
	زمستان	450	575		86
1386	بهار	500	525	312.5	160
	تابستان	300	475		96
	پائیز	200	412.5		64
	زمستان	250	362.5		80

سپس ضریب فصلی مربوط به هر فصل را بصورت زیر بدست می آوریم :

$$\text{ضریب فصلی بهار} = \frac{120+116+133+160}{4} = 132.3\%$$

$$\text{ضریب فصلی تابستان} = \frac{100+102+105+96}{4} = 100.8\%$$

$$\text{ضریب فصلی پائیز} = \frac{87+87+76+64}{4} = 78.5\%$$

$$\text{ضریب فصلی زمستان} = \frac{93+95+86+80}{4} = 88.5\%$$

پیش بینی تقاضای دوره های بعدی با اعمال ضریب فصلی بصورت جدول زیر خواهد بود . توجه داشته باشید که تقاضای واقعی هر دوره در انتهای آن دوره مشخص میگردد .

دوره		تقاضای واقعی	پیش بینی تقاضا	پیش بینی تقاضا با اعمال ضریب فصلی
۱۳۸۷	بهار	350	312.5	413.4
	تابستان	250	275	277.2
	پائیز	150	262.5	206.1
	زمستان	200	250	221.3

٤-٤- روش میانگین متحرک وزنی (Weighted Moving Average)

در روش میانگین متحرک ، داده های دوره های مختلف ارزش یکسانی داشتند . در صورتی که ممکن است داده های دوره های نزدیکتر ارزش بیشتری نسبت به داده های دوره های دورتر داشته باشند . برای رفع اینگونه نواقص از روش میانگین متحرک وزنی استفاده میشود .

در این روش برای تقاضای واقعی دوره های مختلف ، وزنهای متفاوت (ضرایب ارزشی متفاوت) قائل می شویم . بدین ترتیب تمام دوره ها در پیش بینی آینده تأثیر یکسان نخواهند داشت . این ضرایب برحسب تجربه بدست می آیند و معمولاً ضرایب مربوط به دوره های نزدیکتر را بزرگتر وضرایب مربوط به دوره های دورتر را کوچکتر در نظر می گیرند .

$$F_t = w_1 A_{t-1} + w_2 A_{t-2} + ... + w_n A_{t-n}$$

w_i : ضریب وزنی i دوره قبل

$$0 \le w_i \le 1, \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

مثال : فرض کنید تقاضا برای نوعی محصول در ماههای گذشته بصورت زیر بوده است :

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور
تقاضای واقعی	200	300	200	400	500	600

مطلوبست پیش بینی تقاضا برای مهر ماه در صورتیکه دوره تناوب برابر ۳ بوده و ضرایب وزنی دوره های ماقبل بصورت زیر داده شده باشد :

$$w_1 = 0.5, \quad w_2 = 0.3, \quad w_3 = 0.2 .$$

پیش بینی تقاضای مهر ماه = $0.5 \times 600 + 0.3 \times 500 + 0.2 \times 400 = 530$

٥-٤- روش هموار سازی نمایی یا نمو هموار ساده

روش نمو هموار ساده[1] کاربرد فراوانی برای پیش بینی تقاضا در آینده دارد . در این روش مانند روش میانگین متحرک وزنی به داده های دوره های مختلف ، وزنهای متفاوتی داده می شود ، که این وزنها از یک تصاعد هندسی نزولی پیروی می کنند . در این روش به مقدار تقاضای آخرین دوره حداکثر وزن داده میشود و هر چه به دوره های عقب تر برمی گردیم ، وزن ها بصورت نمایی کاهش می یابند . در این روش بر خلاف روش میانگین متحرک وزنی تنها به تعدادی از دوره های گذشته اکتفا نمی گردد ، بلکه تمام دوره ها در محاسبه پیش بینی در نظر گرفته می شود .

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \alpha(1-\alpha)A_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-3} + \alpha(1-\alpha)^3 A_{t-4} + ...$$

در رابطه فوق α ضریب ثابت هموار سازی یا ضریب نمو هموار نامیده می شود .

α اولین جمله تصاعد و $(1-\alpha)$ ضریب تصاعد است . جمع ضرایب مانند روش میانگین متحرک وزنی باید برابر ١ باشد . می دانیم که در تصاعد هندسی نزولی مجموع جملات بصورت زیر محاسبه می شود :

$$\text{مجموع جملات} = \frac{\alpha}{1-(1-\alpha)} = 1$$

به منظور یافتن رابطه ای برای محاسبه پیش بینی به روش نمو هموار مطابق زیر عمل می گردد :

$$F_t = \alpha A_{t-1} + (1-\alpha)\left[\alpha A_{t-2} + \alpha(1-\alpha)A_{t-3} + \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-4} + ...\right]$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$F_t = \alpha A_{t-1} + (1-\alpha)F_{t-1}$$

رابطه فوق را بصورت زیر نیز می توان نوشت :

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1})$$

(خطای پیش بینی دوره قبل) α + پیش بینی دوره قبل = پیش بینی دوره بعد

[1] Simple Exponential Smoothing Forecast

تعیین میزان ضریب هموار سازی :

همانگونه که گفته شد ، ضریب هموار سازی (α) مقداری بین صفر و یک است . روش انتخاب ضریب هموار سازی ، همانند تعیین تعداد دوره تناوب (n) در روش میانگین متحرک می باشد . بدین صورت که هر چه α کوچکتر باشد ، ارزش بیشتری را به تقاضاهای دورتر داده و دارای اثر هموارسازی بیشتری خواهد بود و در نتیجه از نوسانات کاسته خواهد شد . ولی چنانچه α بزرگتر باشد ، به تقاضاهای دورتر وزن کمتری داده و به تقاضاهای نزدیکتر وزن بیشتری را اختصاص خواهد داد بگونه ای که نسبت به تغییرات روندی عکس العمل مناسب تری خواهد داشت . مقدار α معمولاً بطور تجربی و بوسیله روش سعی و خطا بر روی دسته ای از داده های گذشته بدست می آید .

- بر مبنای برخی اطلاعات تجربی میتوان گفت ، هنگامی که داده های گذشته دارای تغییرات روندی زیادی نباشند ، در پیش بینی آینده دارای ارزش بیشتری خواهند بود و معمولاً α مناسب میتواند مقداری بین ۰/۱ تا ۰/۳ باشد .

- زمانی که داده های گذشته دارای تغییرات روندی زیادتری باشند ، هر قدر داده ها مربوط به دوره های دورتر باشند ، از ارزش آنها کاسته خواهد شد . بنابراین باید در این گونه موارد برای داده های جدید تر ارزش بیشتری قائل شد . در این حالت α نزدیک به ۱ (۰/۳ به بالا) ممکن است ضریب مناسبی باشد .

نکته : چنانچه شرکتی تاکنون از روش میانگین متحرک برای پیش بینی استفاده می نموده و اکنون بخواهد از روش هموارسازی نمایی استفاده کند ، برای انتخاب α بهتر است از رابطه تجربی $\alpha = \frac{2}{n+1}$ استفاده

نماید . در این رابطه n برابر تعداد دوره هایی است که جهت میانگین گیری در روش میانگین متحرک استفاده می گردیده است .

همانگونه که قبلاً نیز بیان شد ، مقدار α معمولاً بطور تجربی و بوسیله روش سعی و خطا بر روی دسته ای از داده های گذشته بدست می آید . بدین صورت که میزان خطای نسبی بین پیش بینی و تقاضای واقعی را به ازای چند مقدار α بررسی می کنیم ، مقدار αای که خطای کمتری را نتیجه داد ، مطلوب تر است .

مثال : تقاضای واقعی برای یک قطعه برقی در طول ۶ هفته گذشته به شرح زیرگزارش گردیده است .

مقدار پیش بینی تقاضای این کالا را جهت دوره هفتم با استفاده از روش نموهموار و با انتخاب α مناسب از بین اعداد ۰/۲ ، ۰/۳ و ۰/۴ بدست آورید . فرض کنید پیش بینی تقاضای این کالا برای دوره اول برابر ۵۵ واحد میباشد .

		$\alpha = 0.2$		$\alpha = 0.3$		$\alpha = 0.4$	
هفته	تقاضای واقعی	پیش بینی	خطا	پیش بینی	خطا	پیش بینی	خطا
1	59	55	+4	55	+4	55	+4
2	65	55+0.2(59-55)=55.8	+9.2	56.2	+8.8	56.6	+8.4
3	60	55.8+0.2(65-55.8)=57.6	+2.4	58.8	+1.2	60	0
4	71	57.6+0.2(60-57.6)=58.1	+12.9	59.2	+11.8	60	+11
5	65	58.1+0.2(71-58.1)=60.7	+4.3	62.7	+2.3	64.4	+0.6
6	68	60.7+0.2(65-60.7)=61.6	+6.4	63.4	+4.6	64.4	+3.4

$$e_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{N} |A_i - F_i|}{N}$$

$$e_{0.2} = \frac{39.2}{6} = 6.53$$

$$e_{0.3} = \frac{32.7}{6} = 5.45$$

$$e_{0.4} = \frac{27.4}{6} = 4.57$$

$$\text{Min}\, e_\alpha = 4.57 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha^* = 0.4$$

$$F_7 = 0.4A_6 + (1-0.4)F_6 = 0.4 \times 68 + 0.6 \times 64.4 = 65.96 \approx 66$$

نکته : اگر میزان پیش بینی برای اولین دوره مشخص نباشد ، می توان این مقدار را معادل تقاضای واقعی اولین دوره در نظر گرفت .

یکی از اشکالات روش نموهموار ساده آن است که اگر یک روند کاهشی یا افزایشی در میزان تقاضای دوره های گذشته وجود داشته باشد ، نموهموار ساده مقدار پیش بینی را همواره به ترتیب بیشتر و یا کمتر از میزان واقعی نشان خواهد داد ، بگونه ای که با گذشت زمان ، مقدار خطا افزایش خواهد یافت . برای رفع این اشکال از تکنیک های اصلاح روند بشرح زیر استفاده می گردد .

٦-٤- روش نمو هموار با اصلاح روند

در روش نمو هموار با اصلاح روند[1] ، ضمن پیش بینی میزان تقاضا بر اساس روش نمو هموار ، روند تقاضا نیز با استفاده از روش نمو هموار پیش بینی میشود . پیش بینی نمو هموار با اصلاح روند بصورت زیر ارائه میگردد .

TAF_t : پیش بینی نمو هموار تقاضا با اصلاح روند برای پریود t

S_t : پیش بینی نمو هموار تقاضا (بعلاوه خطای روند هموار شده) برای پریود t

T_t : پیش بینی نمو هموار روند برای پریود t

α و β : به ترتیب بعنوان ضریب هموارسازی برای پیش بینی تقاضا و پیش بینی روند

تکنیک اول :

$$S_t = \alpha A_{t-1} + (1-\alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$TAF_t = S_t + T_t$$

تکنیک دوم :

در برخی از منابع ، روش نمو هموار با اصلاح روند بر اساس روابط زیر ارائه میگردد :

$$S_t = \alpha A_t + (1-\alpha)TAF_t$$

$$T_t = \beta(TAF_t - TAF_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$TAF_{t+1} = S_t + T_t$$

همانگونه که در مورد تعیین ضریب هموارسازی در روش نمو هموار ساده بیان شد ، مقادیر α و β باید بر اساس روش سعی و خطا تعیین گردد . علاوه برآن برای استفاده از این روش ، به مقادیر اولیه برای پیش بینی تقاضا و پیش بینی روند نیاز خواهیم داشت .

[1] Trend-Adjusted Exponential Smoothing Forecast

مثال (۱) : تقاضای واقعی برای نوعی محصول بر حسب تن ، طی نه ماه گذشته بشرح جدول زیر داده شده است . با در نظر گرفتن $\alpha = 0.2$ و $\beta = 0.4$ بر اساس روش نمو هموار با اصلاح روند ، پیش بینی تقاضا را برای ماه دهم بدست آورید . همچنین میدانیم که متوسط تقاضا و متوسط روند تقاضا طی سال گذشته به ترتیب برابر ۱۱ و ۲ تن بوده است .

ماه	1	2	3	4	5	6	7	8	9
تقاضا	12	17	20	19	24	21	31	28	36

پیش بینی برای ماه اول :

$$S_1 = 11 \qquad T_1 = 2 \; TAF_1 = S_1 + T_1 = 11 + 2 = 13$$

پیش بینی برای ماه دوم :

$$S_2 = \alpha A_1 + (1-\alpha)(S_1 + T_1) = 0.2 \times 12 + 0.8 \times 13 = 12.8$$

$$T_2 = \beta(S_2 - S_1) + (1-\beta)T_1 = 0.4(12.8 - 11) + 0.6 \times 2 = 1.92$$

$$TAF_2 = S_2 + T_2 = 12.8 + 1.92 = 14.72$$

سایر محاسبات در جدول زیر خلاصه شده است :

t	A	S	T	TAF
1	12	11	2	13
2	17	12.80	1.92	14.72
3	20	15.18	2.10	17.28
4	19	17.82	2.32	20.14
5	24	19.91	2.23	22.14
6	21	22.51	2.38	24.89
7	31	24.11	2.07	26.18
8	28	27.14	2.45	29.59
9	36	29.28	2.32	31.60
10		32.48	2.68	35.16

مثال (۲) : تقاضای واقعی برای نوعی گوشی تلفن طی ده ماه گذشته بشرح جدول زیر داده شده است . با در نظر گرفتن $\alpha = 0.4$ و $\beta = 0.3$ بر اساس روش نمو هموار با اصلاح روند ، پیش بینی تقاضا را برای ماههای ۶ تا ۱۱ بدست آورید .

ماه	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
تقاضا	700	724	720	728	740	742	758	750	770	775

در حل این مثال از تکنیک دوم استفاده گردیده است . بر اساس روابط ارائه شده ، برای محاسبه پیش بینی نمو هموار با اصلاح روند برای ماه ششم (TAF_6) به مقادیر S_5 و T_5 نیاز خواهیم داشت . برای محاسبه این مقادیر ، ابتدا باید مقادیر اولیه به شرح زیر برآورد گردد .

- برآورد روند اولیه بر مبنای سه تغییر در داده های ماههای اول تا چهارم و محاسبه میانگین این تغییرات بصورت زیر حاصل میگردد :

$$T_4 = \frac{728 - 700}{3} = 9.33$$

- پیش بینی تقاضای ماه چهارم معادل تقاضای واقعی این پریود در نظر گرفته میشود :

$$TAF_4 = S_4 = A_4 = 728$$

- پیش بینی با اصلاح روند اولیه بصورت زیر بدست می آید :

$$TAF_5 = S_4 + T_4 = 728 + 9.33 = 737.33$$

پس از برآورد مقادیر اولیه ، پیش بینی تقاضا با اصلاح روند برای ماههای ششم تا یازدهم بصورت زیر انجام میگیرد :

پیش بینی برای ماه ششم :

$$S_5 = \alpha A_5 + (1-\alpha)TAF_5 = 0.4 \times 740 + 0.6 \times 737.33 = 738.40$$

$$T_5 = \beta(TAF_5 - TAF_4) + (1-\beta)T_4 = 0.3 \times (737.33 - 728) + 0.7 \times 9.33 = 9.33$$

$$TAF_6 = S_5 + T_5 = 738.40 + 9.33 = 747.73$$

سایر محاسبات در جدول ذیل خلاصه شده است :

t	A	TAF	S	T
1	700			
2	724			
3	720			
4	728			
5	740		738.40	9.33
6	742	747.73	745.44	9.65
7	758	755.09	756.25	8.96
8	750	765.21	759.13	9.31
9	770	768.44	769.06	7.49
10	775	776.55	775.93	7.68
11		783.61		

۷-٤- تکنیک تعیین معادله خط روند (Trend Equation)

گاهی آمار و اطلاعات نشان می دهد که بین مقدار مصرف شده (تقاضا) و زمان یک رابطه خطی وجود دارد . در حقیقت نقاط رسم شده روی محورهای مختصات تقریباً روی یک خط مستقیم واقع شده اند و یا می توان یک خط از بین آنها عبور داد . این پیش بینی از نوع تحلیل رگرسیون خطی ساده خواهد بود. اگر داده ها یک نوع سری زمانی (time series) باشند یعنی بر حسب زمان داده شده باشند، متغیر مستقل پریود زمانی خواهد بود و متغیر وابسته معمولاً مقدار تقاضا و یا هر چیز دیگری است که می خواهیم پیش بینی کنیم . معادله خط روند بصورت زیر میباشد :

$$F_t = a + bt$$

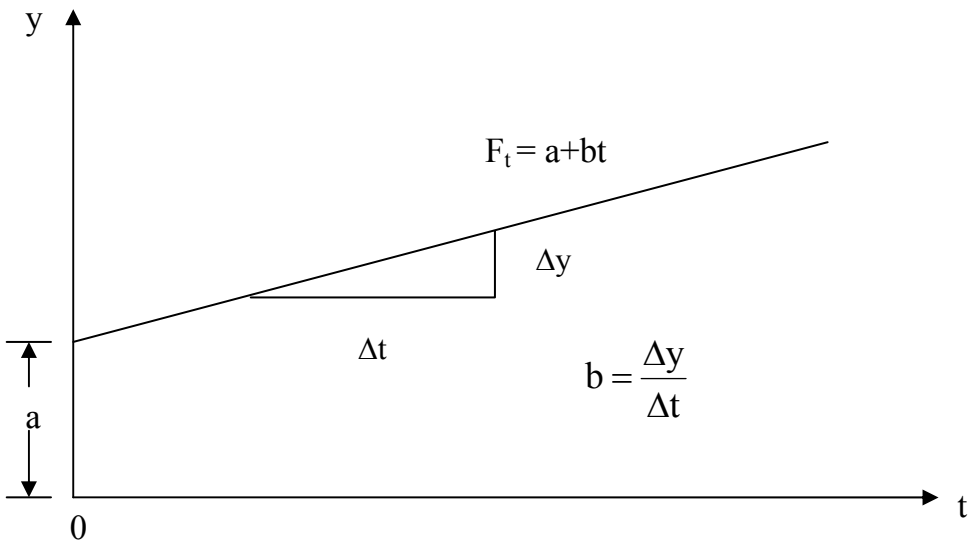
وقتی که :

t : تعداد پریودهای زمانی

F_t : t پیش بینی برای پریود

a : عرض از مبدأ خط روند

b : شیب (ضریب زاویه) خط روند



برای محاسبه معادله خط روند ، باید پارامترهای a و b تعیین گردند . با استفاده از تکنیک های مربوط به تخمین پارامترها ، این مقادیر بصورت زیر تعیین می گردند :

$$b = \frac{n\sum ty - \sum t \sum y}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum t}{n}$$

وقتی که :

n : تعداد پریودها (داده ها)

t : شماره پریود

y : مقادیر تقاضا

مثال : تقاضا برای کالایی طی ۱۰ ماه گذشته بصورت جدول زیر داده شده است . ضمن تعیین معادله خط روند ، پیش بینی تقاضای پریودهای ۱۱ و ۱۲ را محاسبه نمائید .

ماه	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
تقاضا	700	724	720	728	740	742	758	750	770	775

t	y	t^2	ty
1	700	1	700
2	724	4	1,448
3	720	9	2,160
4	728	16	2,912
5	740	25	3,700
6	742	36	4,452
7	758	49	5,306
8	750	64	6,000
9	770	81	6,930
10	775	100	7,750
$\sum t = 55$	$\sum y = 7,407$	$\sum t^2 = 385$	$\sum ty = 41,358$

$$b = \frac{10(41,358) - 55(7,407)}{10(385) - 55(55)} = \frac{6,195}{825} = 7.51$$

$$a = \frac{7,407 - 7.51(55)}{10} = 699.40$$

بنابراین معادله خط روند عبارتست از :

$$F_t = 699.40 + 7.51t$$

پیش بینی تقاضا برای پریودهای ۱۱ و ۱۲ بصورت زیر خواهد بود :

$$F_{11} = 699.40 + 7.51(11) = 782.01$$

$$F_{12} = 699.40 + 7.51(12) = 789.52$$

۸-٤- روش هموار سازی نمایی با الگوی فصلی

در روش هموارسازی نمایی با الگوی فصلی[1] ، پیش بینی تقاضا با در نظر گرفتن فاکتورهای فصلی انجام می شود . برای هر پریود در سال یک فاکتور فصلی تعیین میگردد . این فاکتورها ابتدا از داده های قبلی استخراج می شوند . بدین منظور ترجیحاً از داده های دو سال گذشته استفاده می شود .

الگوریتم :

۱- فاکتورهای فصلی را برای پریودهای گذشته بدست آورید . برای هر پریود نسبت تقاضای واقعی به میانگین تقاضای سال مزبور ، به عنوان فاکتور فصلی آن پریود در نظر گرفته می شود .

چنانچه از داده های دو سال گذشته استفاده می گردد ، در هر پریود میانگین فاکتورهای فصلی سال اول و دوم را محاسبه کنید .

۲- پیش بینی تقاضا را برای پریود آتی با استفاده از روش نموهموار ساده و بدون در نظر گرفتن تغییرات فصلی بدست آورید .

F'_t : پیش بینی نمو هموار تقاضا برای پریود t بدون در نظر گرفتن تغییرات فصلی

α : ضریب نمو هموار برای پیش بینی تقاضا

S_t : پیش بینی نمو هموار تغییرات فصلی برای پریود t

β : ضریب نمو هموار برای پیش بینی تغییرات فصلی

تقاضا بدون تغییرات فصلی : $\frac{A_{t-1}}{S_{t-1}}$　　$F'_t = \alpha . \frac{A_{t-1}}{S_{t-1}} + (1-\alpha) F'_{t-1}$

نکته : F'_1 را برابر میانگین تقاضای واقعی سال قبل یا میانگین تقاضای واقعی دو سال قبل درنظر بگیرید .

[1] Exponential Smoothing with Seasonal Pattern

۳- پیش بینی تقاضا با در نظر گرفتن تغییرات فصلی را محاسبه کنید .

تعداد پریودها در سال (مثلاً ۴ یا ۱۲) : L

فاکتورفصلی دوره مشابه درسال قبل یامیانگین فاکتورهای فصلی دوره های مشابه درسالهای قبل : S_{t-L}

پیش بینی نمو هموار تقاضا با الگوی فصلی برای پریود t : FS_t

$$FS_t = F'_t . S_{t-L}$$

۴- در هر پریود پس از مشخص شدن تقاضای واقعی آن پریود ، فاکتورهای فصلی باید بهنگام سازی شوند، یعنی برای پریودهای جدید فاکتورهای فصلی محاسبه گردد .

$$S_t = \beta . \frac{A_t}{F'_t} + (1-\beta) S_{t-L}$$

فاکتور فصلی واقع شده در پریود t : $\frac{A_t}{F'_t}$

مثال : میزان مصرف کالایی طی دو سال گذشته در جدول زیر داده شده است .

مطلوبست پیش بینی تقاضای شش ماهه اول سال آینده با استفاده از روشهای زیر :

الف) نموهموار ساده به ازاء $\alpha = 0.2$.

ب) نموهموار ساده با الگوی فصلی به ازاء $\alpha = 0.2 , \beta = 0.3$.

لازم بذکر است که تقاضای هر ماه از سال آینده در انتهای آن ماه داده می شود .

ماه	تقاضای سال اول	تقاضای سال دوم	فاکتورهای فصلی سال اول	فاکتورهای فصلی سال دوم	میانگین فاکتورهای فصلی
1	32	30	1.09	1.01	1.05
2	30	33	1.03	1.11	1.07
3	35	40	1.20	1.35	1.28
4	46	42	1.57	1.42	1.50
5	52	49	1.78	1.65	1.72
6	38	36	1.30	1.21	1.26
7	29	30	0.99	1.01	1.00
8	14	20	0.48	0.67	0.58
9	9	8	0.31	0.27	0.29
10	10	12	0.34	0.40	0.37
11	22	26	0.75	0.88	0.82
12	34	30	1.16	1.01	1.09
میانگین تقاضا	29.25	29.67			

الف) روش نمو هموار ساده :

$F_1 = F_1' = 29.67$ میانگین تقاضای سال قبل

$$F_2 = 0.2 \times 35 + 0.8 \times 29.67 = 30.74$$

$$F_3 = 0.2 \times 32 + 0.8 \times 30.74 = 30.99$$

$$F_4 = 0.2 \times 34 + 0.8 \times 30.99 = 31.59$$

$$F_5 = 0.2 \times 45 + 0.8 \times 31.59 = 34.27$$

$$F_6 = 0.2 \times 56 + 0.8 \times 34.27 = 38.62$$

ب) نمو هموار ساده با الگوی فصلی :

$$F_1' = 29.67 \quad S_{1-L} = 1.05 \quad FS_1 = 29.67 \times 1.05 = 31.15$$

$$S_1 = 0.3 \times \frac{35}{29.67} + 0.7 \times 1.05 = 1.09$$

$$F_2' = 0.2 \times \frac{35}{1.09} + 0.8 \times 29.67 = 30.16 \qquad FS_2 = 30.16 \times 1.07 = 32.27$$

$$S_2 = 0.3 \times \frac{32}{30.16} + 0.7 \times 1.07 = 1.07$$

$$F_3' = 0.2 \times \frac{32}{1.07} + 0.8 \times 30.16 = 30.11 \qquad FS_3 = 30.11 \times 1.28 = 38.54$$

$$S_3 = 0.3 \times \frac{34}{30.11} + 0.7 \times 1.28 = 1.23$$

$$F_4' = 0.2 \times \frac{34}{1.23} + 0.8 \times 30.11 = 29.62 \qquad FS_4 = 29.62 \times 1.50 = 44.43$$

$$S_4 = 0.3 \times \frac{45}{29.62} + 0.7 \times 1.50 = 1.51$$

$$F'_5 = 0.2 \times \frac{45}{1.51} + 0.8 \times 29.62 = 29.66 \qquad FS_5 = 29.66 \times 1.72 = 51.02$$

$$S_5 = 0.3 \times \frac{56}{29.66} + 0.7 \times 1.72 = 1.77$$

$$F'_6 = 0.2 \times \frac{56}{1.77} + 0.8 \times 29.66 = 30.06 \qquad FS_6 = 30.06 \times 1.26 = 37.88$$

$$S_6 = 0.3 \times \frac{34}{30.06} + 0.7 \times 1.26 = 1.22$$

t	A_t	نموهموار ساده F_t	نموهموار ساده با الگوی فصلی			
			S_{t-L}	F'_t	FS_t	S_t
1	35	29.67	1.05	29.67	31.15	1.09
2	32	30.74	1.07	30.16	32.27	1.07
3	34	30.99	1.28	30.11	38.54	1.23
4	45	31.59	1.49	29.62	44.43	1.51
5	56	34.27	1.71	29.66	51.02	1.77
6	34	38.62	1.26	30.06	37.88	1.22

۵- روشهای پیش بینی علت و معلولی- روش تحلیل رگرسیون خطی

اگر بر اساس داده های گذشته بتوان روابطی بین متغیرهای مسئله برقرار نمود ، روشهای پیش بینی علت و معلولی[1] برای پیش بینی مقادیرآینده میتواند بکار گرفته شوند . یکی از متداولترین روشهای پیش بینی علت و معلولی برای پیش بینی تقاضا ، روش تحلیل رگرسیون خطی[2] میباشد . گاهی اوقات بین مقدار یک متغیر با مقدار یک یا چند متغیر دیگر رابطه خطی وجود دارد . بطور مثال ممکن است بین میزان فروش گوشت قرمز با قیمت هر کیلوگرم آن بتوان یک نوع رابطه خطی پیدا کرد . این رابطه خطی یا همبستگی ممکن است بصورت همبستگی مثبت یا همبستگی منفی باشد . در همبستگی مثبت با افزایش یک متغیر ، متغیر دیگر نیز افزایش می یابد . در همبستگی منفی با افزایش مقدار یک متغیر ، مقدار متغیر دیگر کاهش می یابد ، مثلاً ممکن است با افزایش قیمت گوشت قرمز ، میزان فروش آن کاهش پیدا کند . میزان این همبستگی ها (مثبت یا منفی) با محاسبه ضریب همبستگی بدست می آید .

در روش تحلیل رگرسیون خطی ، یک رابطه خطی بین یک متغیر وابسته و یک یا چند متغیر مستقل برقرار میگردد. سپس با داشتن رابطه خطی و مقادیر آتی متغیرهای مستقل ، میتوانیم مقدار آتی متغیر وابسته را پیش بینی می کنیم .

- اگر فقط یک متغیر مستقل داشته باشیم ، و رابطه ای خطی بین متغیر مستقل و متغیر وابسته ایجاد گردد ، مدل پیش بینی از نوع تحلیل رگرسیون خطی ساده[3] خواهد بود .
- اگر دو یا چند متغیر مستقل داشته باشیم ، و رابطه ای خطی بین متغیر وابسته و این متغیرهای مستقل برقرار شود ، مدل پیش بینی از نوع تحلیل رگرسیون خطی مرکب[4] خواهد بود .

[1] Causal Methods
[2] Linear Regression Analysis Method
[3] Simple Linear Regression Analysis
[4] Multiple Linear Regression Analysis

ساده ترین و گسترده ترین نوع رگرسیون که در مبحث پیش بینی مورد استفاده قرار می گیرد ، از نوع تحلیل رگرسیون خطی ساده میباشد .

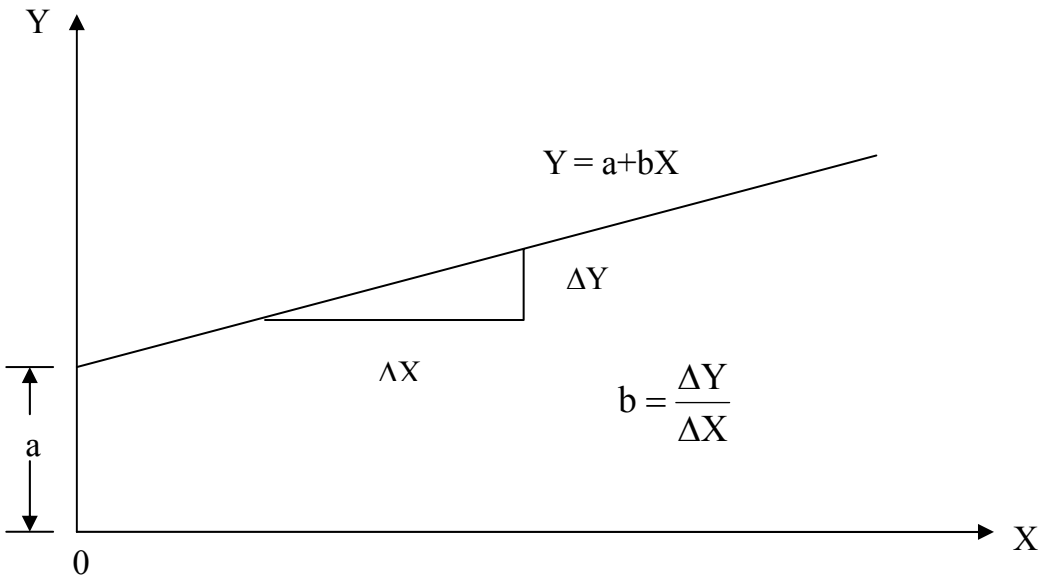
X : متغیر مستقل (متغیر پیش بینی کننده)

Y : متغیر وابسته (متغیر پیش بینی شونده)

a : نقطه تقاطع خط رگرسیون با محور Y (عرض از مبدأ)

b : ضریب زاویه (شیب) خط رگرسیون

$Y = a + b X$: معادله رگرسیون



برای محاسبه معادله رگرسیون باید پارامترهای a, b تعین گردند . با استفاده از تکنیک های مربوط به تخمین پارامترها ، این مقادیر بصورت زیر تعیین می گردند :

x : مقادیر متغیر مستقل

y : مقادیر متغیر وابسته

n : تعداد مشاهدات

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

$$Y = a + bX$$

بنابراین پس از محاسبه معادله رگرسیون ، می توان به ازای مقادیر آتی X ، مقدار Y را پیش بینی نمود .

همچنین می توان ضریب همبستگی را از رابطه زیر بدست آورد :

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}.\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}} \quad , \quad -1 \le r \le 1$$

هر چه مقدار $|r|$ به 1 نزدیکتر باشد ، نشاندهنده همبستگی قوی تر بین متغیرها میباشد . بعبارت دیگر متغیر پیش بینی کننده ، پیش بینی قوی تری برای متغیر پیش بینی شونده ارائه میدهد . در عمل میتوان نوشت :

پیش بینی خوب : $|r| \ge 0.8$

پیش بینی متوسط : $0.25 < |r| < 0.8$

پیش بینی ضعیف : $|r| \le 0.25$

در محاسبات پیش بینی همانطور که قبلاً گفته شد از روی تقاضاهای گذشته می خواهیم تقاضای آینده را پیش بینی کنیم . از آنجایی که اطلاعات گذشته بر اساس زمان هستند ، گاهی بین مقدار مصرف شده (تقاضا) و زمان یک رابطه خطی وجود دارد . این پیش بینی از نوع تحلیل رگرسیون خطی ساده خواهد بود . اگر داده ها یک نوع سری زمانی باشند ، یعنی بر حسب زمان داده شده باشند ، متغیر مستقل پریود زمانی خواهد بود و متغیر وابسته معمولاً مقدار تقاضا است که می خواهیم پیش بینی کنیم . مسئله ای از این نوع در قسمت تکنیک تعیین معادله خط روند ارائه گردید .

حال در این قسمت به ارائه مثالی از نوع دیگر می پردازیم .

مثال : شرکتی با توجه به مطالعات انجام شده به این نتیجه رسیده است که یک رابطه مستقیم بین مقادیر فروش و میزان تبلیغات برای محصولات شرکت وجود دارد . داده های چهارسال گذشته به شرح جدول زیر میباشد . حال چنانچه شرکت برای هزینه تبلیغات در سال آینده مبلغ ۵۳ میلیون ریال در نظر بگیرد ، میزان پیش بینی فروش را بر اساس روش رگرسیون خطی تعیین کنید .

هزینه تبلیغات (میلیون ریال) x	میزان فروش (میلیون ریال) y	x^2	xy
32	130	1024	4160
52	151	2704	7852
50	150	2500	7500
55	158	3025	8690
$\sum x = 189$	$\sum y = 589$	$\sum x^2 = 9253$	$\sum xy = 28202$

$$b = \frac{4(28202) - 189(589)}{4(9253) - (189)^2} = \frac{1487}{1291} = 1.15$$

$$a = \frac{589 - 1.15(189)}{4} = 92.91$$

$$Y = 92.91 + 1.15X$$

$$Y = 92.91 + 1.15(53) = 153.86$$

مسئله : با محاسبه ضریب همبستگی ، در مورد قابلیت اطمینان مقدار پیش بینی شده بحث نمائید .

٦- اندازه گیری دقت روشهای پیش بینی

ازآنجایی که روشهای مختلف پیش بینی دارای دقتهای متفاوتی میباشند ، برای انتخاب روش مناسب میتوان میزان دقت روشها را بررسی نمود . برخی ازمعیارهای اندازه گیری دقت پیش بینی عبارتند از :

CFE : Cumulative Forecast Error $$CFE = \sum_{i=1}^{N} e_i = \sum_{i=1}^{N} (A_i - F_i)$$

MAD : Mean Absolute Deviation $$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{N} |e_i|}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} |A_i - F_i|}{N}$$

MSD : Mean square Deviation $$MSD = \frac{\sum_{i=1}^{N} e_i^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (A_i - F_i)^2}{N}$$

روشی که دارای کمترین MAD یا MSD باشد ، از دقت بیشتری برخوردار میباشد و میتواند به عنوان روش مناسب تر انتخاب گردد .

مثال : پیش بینی تقاضای محصولی برای شش سال گذشته با استفاده از دو روش ، در جدول زیر داده شده است . کدامیک از روشها از دقت بیشتری برخوردار میباشد .

Year	Actual Demand A_t	Forecasting Method 1			Forecasting Method 2		
		Forecast F_t	Forecast Error $A_t - F_t$	Absolute Deviation $\|A_t - F_t\|$	Forecast F_t	Forecast Error $A_t - F_t$	Absolute Deviation $\|A_t - F_t\|$
1	100	105	-5	5	160	-60	60
2	300	310	-10	10	390	-90	90
3	200	195	5	5	110	90	90
4	500	490	10	10	620	-120	120
5	600	585	15	15	540	60	60
6	700	715	-15	15	580	120	120
	Total Absolute Deviation			60			540
	Mean Absolute Deviation			60/6=10			540/6=90

بطور مشخص ، روش اول به مراتب از دقت بیشتری نسبت به روش دوم برخوردار میباشد .

۷- کنترل پیش بینی

برای نظارت کردن بر عملکرد پیش بینی از سیگنالهای ردیابی[1] استفاده میگردد . سیگنالهای ردیابی در پریود t بشرح زیر قابل محاسبه است :

$$\text{Tracking Signal}_t = \frac{\text{CFE}_t}{\text{MAD}_t} = \frac{\sum_{i=1}^{t}(A_i - F_i)}{\frac{\sum_{i=1}^{t}|A_i - F_i|}{t}}$$

چون بعضی از خطاها مثبت و بعضی دیگر منفی هستند ، پس باید قاعدتاً CFE و در نتیجه سیگنالهای ردیابی متمایل به صفر باشند .

معمولاً حد بالای مجاز سیگنالهای ردیابی بین 4+ تا 6+ و حد پایین آن 4- تا 6- در نظر گرفته میشود . چنانچه سیگنالهای ردیابی از حدود مجاز خارج شود ، نشانگر این است که تغییراتی در وضعیت تقاضاها ایجاد شده و باید روش پیش بینی را عوض نمود یا پارامترهای مربوط به روش را تغییر داد .

مثال :

Year	A_t	F_t	$A_t - F_t$	CFE	$\lvert A_t - F_t \rvert$	Total $\lvert A_t - F_t \rvert$	MAD	T.S.
1	100	105	-5	-5	5	5	5	-1.00
2	300	310	-10	-15	10	15	7.5	-2.00
3	200	195	5	-10	5	20	6.67	-1.50
4	500	490	10	0	10	30	7.5	0
5	600	585	15	15	15	45	9	+1.67
6	700	715	-15	0	15	60	10	0

[1] Tracking Signals

بخش دوم

برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها

فصل اول

مقدمه ای بر برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها

۱- مقدمه

از مسئولیتهای مهم و اساسی در واحدهای صنعتی ، برنامه ریزی و کنترل موجودیها است . فعالیتهای لازم جهت استقرار سیستم برنامه ریزی و کنترل موجودیها همواره مورد توجه خاص مدیریت ، بخش کنترل مواد و سفارشات و مهندسی صنایع است . وظیفه اصلی مسئولین و دست اندرکاران بخش برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها ، این است که با در نظر گرفتن اهداف و استراتژیهای کل سازمان ، روشها و سیاستهایی را اتخاذ نماید که در اقتصاد کلی سازمان اثر مثبت داشته باشد .

علیرغم هزینه های مرتبط با نگهداری موجودیها ، داشتن موجودی در کارخانه امری غیر قابل اجتناب میباشد . در واقع روبرو شدن با کمبود کالا و مواد اولیه و قطعات یدکی ، مشکلات متعددی نظیر توقف تولید ، از دست رفتن فرصت فروش کالا و کاهش اعتبار سازمان را بدنبال داشته که هریک از این موارد هزینه های آشکار و پنهانی را برای سازمان خواهد داشت . در بسیاری از موارد هزینه های وقوع مشکلات فوق به مراتب بیشتر از هزینه های ذخیره موجودی میباشد . هدف اصلی امور برنامه ریزی و کنترل موجودی این است که با تجزیه و تحلیل شرایط و هزینه ها ، مناسب ترین سیاستها را برای سفارش و نگهداری موجودی در کارخانه اتخاذ نماید .

فعالیتهای برنامه ریزی و کنترل موجودی به دو بخش "برنامه ریزی" و "کنترل" قابل تفکیک است . در بخش برنامه ریزی ، سیاستها و شیوه های منسب و اقتصادی تدوین میشود . بخش کنترل ، وظیفه

اجرای روشها و سیاستهای تدوین شده را به عهده خواهد داشت . امور برنامه ریزی و کنترل موجودی باید در تعامل نزدیک با واحد حسابداری صنعتی ، بخش فروش و بازاریابی ، بخش تولید ، بخش خرید و تدارکات و انبارها به بررسی شرایط و تدوین سیاستها بپردازد .

۲- تعریف موجودی و کنترل موجودی

به طور کلی موجودی[1] عبارتست از کالایی که برای مدتی بخواهد نگهداری شود . صرف نظر از معنای لغوی موجودی آنچه که مورد نظر است عبارتند از : اجناس ، مصالح ، مواد و قطعات که در امر تولید و یا فروش در یک واحد صنعتی یا خدماتی و یا ... مورد مصرف قرار می گیرد . بنابراین داراییهای ثابت نظیر ماشین آلات ، ساختمان ، لوازم اداری و ... جزو موجودیها با مفهوم فوق نمی باشد .کنترل موجودی[2] فن نگهداری کالا و موجودی در سطح مطلوب است . در سازمانهای خدماتی کنترل موجودی نقش کمتری دارد ، زیرا خدمات همراه با تولید معمولاً مصرف شده و برای آینده کمتر نگهداری و انبار می شود .

۳- طبقه بندی موجودیها

- مواد خام : به موادی گفته میشود که از طبیعت برداشت شده و هنوز هیچگونه تغییرات فیزیکی و یا شیمیایی قابل توجهی بر روی آنها انجام نگرفته است ، مانند : نفت خام ، سنگ معدن و ...
- مواد اولیه[3] : به آن دسته از موادی گفته می شود که در کارخانه مورد نظر هنوز هیچگونه کاری بر روی آن انجام نگرفته است . مانند گندم در کارخانه آرد ، و یا آرد در کارخانه تولید نان ماشینی .

[1] Inventory
[2] Inventory Control
[3] Raw Material

- قطعات مربوط به تولید[1] (آماده مونتاژ) : قطعاتی هستند که روی آنها مقداری کار انجام گرفته وآماده مونتاژ شدن بر روی محصول نهایی هستند . مثلاً کابراتور درکارخانه ساخت موتور اتومبیل ، یک قطعه به شمار می آید و در مونتاژ نهایی موتور بکار می رود (این قطعات کامل شده اند) .
- قطعات نیمه ساخته[2] : به قطعاتی گفته می شود که مراحل ساخت آنها به پایان نرسیده و هنوز در مسیر خط تولید قرار دارند . این گونه مواد یا در حال ساخت روی ماشینها هستند و یا در بین ماشینها و کارگاهها انبار شده و منتظر ادامه عملیات هستند .
- محصولات نهایی(تمام شده)[3] : محصولات نهایی عبارتند از محصولاتی که تمام مراحل عملیاتی و مونتاژی آنها به پایان رسیده و بصورت بسته بندی شده تحویل انبار داده شده اند تا از آنجا تحویل بازار یا مشتری گردند .
- سایر مواد و قطعات[4] : این دسته از موجودیها شامل قطعات و موادی میشوند که مستقیماً در تولید محصول نقشی نداشته و یا بر روی محصول مونتاژ نمی شوند ، مثل مواد سوختی یا قطعات یدکی ماشین آلات .

٤- عوامل هزینه در کنترل موجودی

قبل از بحث در مورد مقدار مناسب موجودیها ، لازم است هزینه هایی که در کنترل موجودیها مؤثرند ، مورد بررسی قرار گیرند . همانگونه که قبلاً ذکر شد موجودی کالا هزینه هایی را بدنبال دارد . هدف سیستمهای کنترل موجودی ضمن برآورد و رفع نیازمندیهای سازمان با کارآیی مطلوب ، بهینه نمودن این هزینه ها خواهد بود . عوامل هزینه در کنترل موجودی به چهار دسته عمده زیر تقسیم بندی میشوند :

[1] Production Parts
[2] Work in Progress Parts
[3] Finished Products
[4] Indirect Material

۱) قیمت خرید[1] یا هزینه ساخت[2] : شامل مخارجی است که برای خرید یا ساخت کالا پرداخت میگردد .

۲) هزینه های سفارش دهی[3] : صرفنظر از اینکه سفارشات بصورت سفارش خرید از خارج کارخانه یا سفارش ساخت به داخل کارخانه باشند ، هربارکه سفارشی صادر میشود ، هزینه هایی به سازمان تحمیل میشوند . این هزینه ها بصورت هزینه های ثابت مربوط به سفارش خرید یا سفارش ساخت میباشند .

- هزینه های سفارش خرید : این هزینه ها شامل کلیه هزینه های دفتری و اداری جهت آماده سازی و پیگیری سفارش ، در هر بار سفارش خرید میباشند . اینگونه هزینه ها با مقدار سفارش ارتباط مستقیم ندارد ، بلکه به تعداد دفعات صدور سفارش بستگی دارد .
- هزینه های سفارش ساخت[4] : این هزینه ها شامل مخارج لازم برای آماده سازی تجهیزات و ماشین آلات برای تولید ، و نیز هزینه های خرابی محصولات در شروع تولید میباشند . این هزینه ها نیز بستگی به حجم تولید نداشته و بطور مستقیم به تعداد دفعات صدور سفارش ساخت بستگی دارد .

۳) هزینه های نگهداری[5] : یکی از عوامل بسیار مؤثر در تصمیم گیری موجودی ، هزینه های مربوط به نگهداری موجودی در انبار میباشد . هزینه های نگهداری به حجم موجودیها بستگی داشته و عمدتاً شامل هزینه های سرمایه راکد ، هزینه های محل ، هزینه های بیمه و مالیات ، هزینه های متروکه شدن و فساد کالا میباشند .

۴) هزینه های کمبود کالا[6] : هنگامیکه موجودی نتواند جوابگوی نیاز باشد ، سازمان در ارتباط با این کمبود متحمل هزینه هایی خواهد شد که این هزینه ها می تواند بصورت آشکار (از دست دادن سود) و یا پنهان (لطمه زدن به اعتبار سازمان) باشد .

[1] Price
[2] Production Cost
[3] Ordering Costs
[4] Setup Costs
[5] Holding Costs
[6] Shortage (Stock-out) Costs

۵- رابطه بین هزینه موجودیها با سیاستهای کنترل موجودی

یک سازمان بنا به سیاستهایی که در امر سفارشات کالا برای آن تعیین شده است ، ممکن است یک مقدار مشخصی از کالا را که مثلاً در یکسال نیاز دارد ، بطور یکباره سفارش دهد ، و یا همین مقدار کالا را در چند نوبت در ظرف سال و هر بار به مقدار کمتری سفارش دهد . در وهله اول بمنظور ساده تر شدن مسئله فرض کنید که قیمت خرید کالا در طی سال ثابت بوده و نیز مواجهه با کمبود کالا مجاز نباشد . بنابراین از چهار هزینه اصلی ، هزینه های کمبود کالا مطرح نبوده و هزینه مربوط به قیمت خرید کالا در طی سال تحت تأثیر مقدار هر بار سفارش و تعداد دفعات سفارش نخواهد بود . توجه داشته باشید که دو نوع هزینه دیگر یعنی هزینه های سفارش دهی و هزینه های نگهداری ، کاملاً تحت تأثیر سیاستهای سفارشات و مقدار هر بار سفارش قرار می گیرند . در یک مثال ساده ، فرض کنید یک کارخانه خودرو سازی در سال به ۵۰۰۰۰ حلقه لاستیک اتومبیل نیاز داشته باشد . چنانچه همگی را یکجا و بطور یکباره سفارش دهد ، آنگاه در سال فقط یک بار هزینه های سفارش دهی را متحمل شده ، ولیکن حجم زیادی از کالا را در انبار نگهداری نموده که این امر هزینه های نگهداری قابل توجهی را بر کارخانه تحمیل خواهد نمود . حال چنانچه این مقدار لاستیک مثلاً در پنج نوبت مساوی در سال سفارش داده شوند ، در این حالت هزینه های سالیانه سفارش دهی تقریباً پنج برابر شده ولیکن حجم کمتری از کالا در انبار نگهداری خواهد شد ، لذا هزینه های نگهداری کالا کمتر خواهد بود .

از اهداف اصلی برنامه ریزی و کنترل موجودی ، تعیین مقدار مناسب و اقتصادی برای هر بار سفارش کالا میباشد ، بگونه ای که مجموع هزینه های موجودیها در یک دوره مشخص زمانی در حداقل ممکن باشد .

فصل دوم

انواع سیستمهای کنترل موجودی

۱- مقدمه

برای کنترل صحیح و منظم سفارشات و موجودیها ، معمولاً دستیابی به مقادیر دو پارامتر اصلی لازم خواهد بود . این دو پارامتر عبارتند از :

- مقدار هر بار سفارش
- زمان صدور سفارش

سیستمهای مختلف سفارشات و کنترل موجودی باید در ساختاری متناسب با شرایط هر واحد صنعتی بمنظور تعیین پارامترهای فوق طراحی شوند . بدیهی است تعیین مقادیر عددی پارامترهای فوق به عوامل مختلفی نظیر هزینه های موجودیها و شرایط معین بودن یا احتمالی بودن تقاضا بستگی دارند .

از آنجایی که عموماً در یک سازمان صنعتی تنوع مواد اولیه و محصولات نهایی بسیار زیاد میباشد ، وجود یک سیستم منظم و قابل اطمینان کنترل موجودی ، جهت تعیین پارامترهای فوق برای هریک از اقلام موجودی ضروری خواهد بود . از سوی دیگر ، اداره یک سیستم کنترل موجودی همواره هزینه هایی را در برخواهد داشت و شاید مقرون به صرفه نباشد که جهت همگی اقلام موجود در انبار یک کارخانه ، به یک میزان کنترل و دقت بعمل آید . بلکه مناسب است که بنا به میزان ارزش و استراتژیک بودن اقلام ، سطح معینی از دقت و کنترل برای اقلام مختلف تعیین گردد . در این فصل ابتدا روشی جهت طبقه بندی اقلام انبار ارائه میشود . سپس سیستمهای اصلی کنترل موجودی توضیح داده میشوند .

۲- طبقه بندی ارزشی اجناس

اداره یک سیستم کنترل موجودی هزینه هائی را در برخواهد داشت و بنابراین شاید لزومی نباشد که تمامی اقلام دریک سازمان با دقت یک به یک مورد بررسی قرارگیرد . جهت تعیین اینکه کدامیک از اقلام باید به چه روشی و با چه دقتی مورد بررسی وکنترل قرارگیرند ، از روش طبقه بندی ارزشی اجناس استفاده میشود . این روش که به طبقه بندی ABC یا روش پاریتو[1] معروف است ، براین حقیقت تکیه دارد که **" در هر مجموعه تعداد معدودی از اقلام هستندکه قسمت عمده ای از ارزش این مجموعه را در بر می گیرند "** . معمولاً طبقه بندی ABC بشرح زیر در نظر گرفته میشود :

اقلام طبقه A : حدود ۲۰ درصد از اقلام ، با ارزش حدود ۸۰ درصد از کل ارزش موجودیها .

اقلام طبقه B : حدود ۴۰ درصد از اقلام ، با ارزش حدود ۱۵ درصد از کل ارزش موجودیها .

اقلام طبقه C : حدود ۴۰ درصد از اقلام ، با ارزش حدود ۵ درصد از کل ارزش موجودیها .

۱-۲- روش اعمال طبقه بندی ABC

این روش معمولا" بصورت زیر اعمال می گردد :

۱- ارزش ریالی مصرف سالیانه برای هر یک از اقلام محاسبه میگردد .

ارزش ریالی مصرف سالیانه هر یک از اقلام ، از حاصلضرب مقدار مصرف سالیانه کالای مزبور در ارزش هر واحد کالا بدست می آید .

۲- اقلام به ترتیب ارزش ریالی مصرف سالیانه از بالا به پائین بصورت نزولی مرتب میشوند .

۳- ارزش تجمعی ریالی مصرف سالیانه برای هریک از اقلام محاسبه میگردد .

[1] Pareto

ارزش تجمعی ریالی مصرف سالیانه هر یک از اقلام ، از جمع ریالی مصرف این کالا وکالاهای ردیفهای بالاتر بدست می آید .

۴- مقدار مصرف تجمعی سالیانه را برای هر یک از اقلام بدست می آوریم .

این رقم از جمع مقدار مصرف سالیانه هرکالا وکالاهای ردیفهای بالاتر بدست می آید .

۵- درصد تجمعی ارزش ریالی مصرف سالیانه را برای هریک از اقلام محاسبه نمائید .

این رقم برای هر کالا عبارت است از :

(ارزش تجمعی ریالی مصرف سالیانه هرکالا تقسیم برکل ارزش ریالی مصرف سالیانه) × ۱۰۰ .

۶- درصد تجمعی مصرف سالیانه را برای هر یک از اقلام محاسبه کنید .

این رقم برای هر کالا عبارت است از :

(مقدار مصرف تجمعی سالیانه هر کالا تقسیم بر کل مقدار مصرف سالیانه) × ۱۰۰ .

۷- با استفاده از درصدهای بدست آمده در مراحل ۵ و ۶ و بر اساس طبقه بندی مشخص شده ، هر یک از اقلام در یکی از طبقه های A ، B و یا C قرار می گیرند .

۲-۲- کاربردهای طبقه بندی ABC

روش ABC برای طبقه بندی کالاها به این منظور انجام می گیرد که کالاهایی کـه ارزش مـصرفی آنها در طول سال زیاد بوده و معمولاً از نظر تعداد کم هستند ، و کالاهایی که از نظر تعـداد زیـاد بـوده ولـی ارزش مصرفی آنها کمتر است از یکدیگر تفکیک شـوند . پـس از ایـن تفکیـک ، میتـوان بـرای تعیـین نـوع کنترل و میزان دقت لازم در کنترل این کالاها تصمیم گیری نمود .

درجه و دقت کنترل اقلام مختلف که در طبقات A ، B و یا C قرار می گیرند ، بصورت زیر مـشخص شـده است .

اقلام طبقه A : حداکثر دقت کنترل با استفاده از روشهای دقیق و پیوسته .

اقلام طبقه B : کنترل در حد متوسط .

اقلام طبقه C : کنترل های ساده و یا بازدیدهای عینی دوره ای .

مثال : فرض کنید مصرف سالیانه و قیمت ۱۰ نوع کالا در یک شرکت طبق جدول زیر میباشد .

طبقه بندی ABC برای این اقلام را بدست آورید .

شماره کالا	مقدار مصرف سالیانه	قیمت هرواحد	ارزش ریالی مصرف سالیانه
1	3,000	180	540,000
2	1,500	50	75,000
3	500	2,000	1,000,000
4	1,000	70	70,000
5	3,000	1,000	3,000,000
6	1,500	600	900,000
7	1,500	250	375,000
8	2,000	1,850	3,700,000
9	6,000	50	300,000
10	4,000	10	40,000

شماره کالا	(۲) و (۱) ارزش ریالی مصرف سالیانه	مقدار مصرف سالیانه	(۳) ارزش تجمعی ریالی مصرف سالیانه	(۴) مقدار مصرف تجمعی سالیانه	(۵) درصد تجمعی ارزش ریالی مصرف سالیانه	(۶) درصد تجمعی مصرف سالیانه	(۷) طبقه
8	3,700,000	2,000	3,700,000	2,000	37.00	8.33	A
5	3,000,000	3,000	6,700,000	5,000	67.00	20.83	A
3	1,000,000	500	7,700,000	5,500	77.00	22.92	A
6	900,000	1,500	8,600,000	7,000	86.00	29.17	B
1	540,000	3,000	9,140,000	10,000	91.40	41.67	B
7	375,000	1,500	9,515,000	11,500	95.15	47.92	B
9	300,000	6,000	9,815,000	17,500	98.15	72.92	C
2	75,000	1,500	9,890,000	19,000	98.90	79.17	C
4	70,000	1,000	9,960,000	20,000	99.60	83.33	C
10	40,000	4,000	10,000,000	24,000	100	100	C

۳- سیستمهای مختلف سفارشات

سیستمهای رایج جهت سفارش را به دو گروه اصلی بشرح زیر تقسیم می کنیم :

- سیستم نقطه سفارش[۱]
- سیستم دوره سفارش[۲]

۳-۱- سیستم نقطه سفارش

سیستم نقطه سفارش (سفارش مجدد)[۳] که به سیستم مقدار ثابت سفارش[۴] نیز معروف است ، یک نوع سیستم کنترل پیوسته میباشد . در این روش برای هر یک از اقلام مقداری بعنوان نقطه سفارش در نظر گرفته میشود . موجودی کالا بصورت مستمر تحت کنترل بوده و هر زمان که موجودی کالا به نقطه سفارش مربوطه رسید ، برای آن کالا به مقدار معینی سفارش صادر میشود .

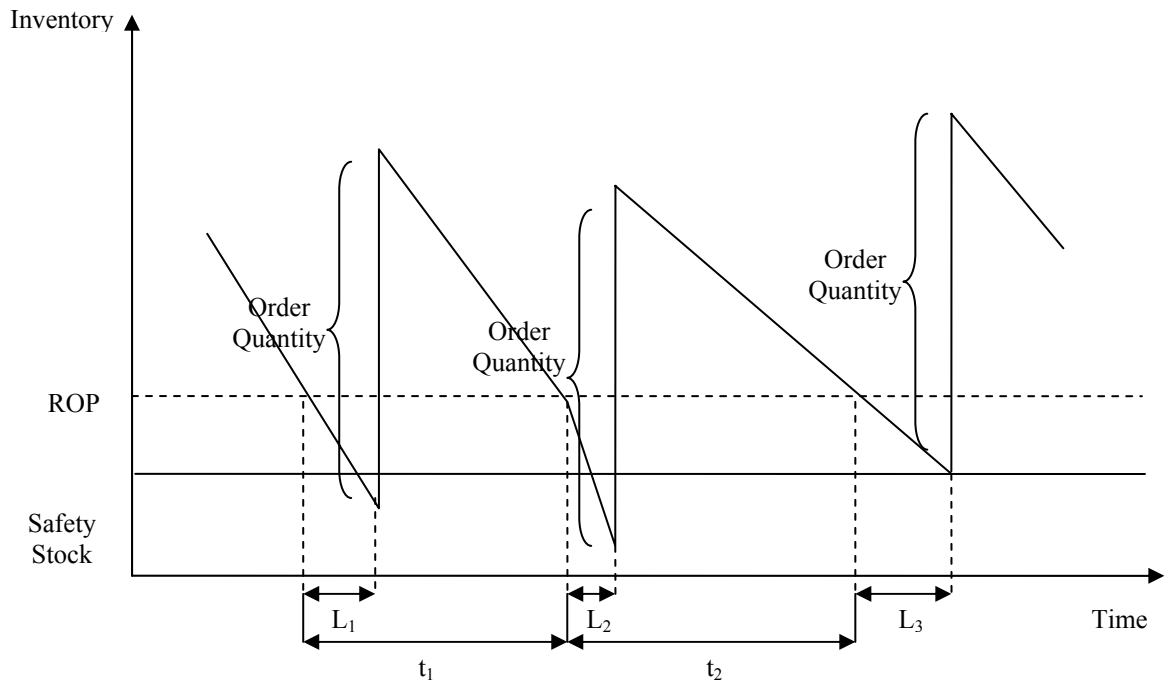
در شکل زیر نمودار موجودی – زمان برای یک سیستم کنترل موجودی بر اساس نقطه سفارش در جالت کلی ارائه شده است . همانگونه که در این نمودار ملاحظه میگردد ، در ابتدای دوره مقداری از کالا بعنوان موجودی اولیه در انبار موجود بوده و از این موجودی مصرف صورت گرفته تا موجودی به نقطه سفارش رسیده است . در این زمان ، سفارش برای تأمین مجدد کالا صادر شده است . ولی از زمان صدور سفارش تا زمانی که کالا به انبار رسیده است ، مدت زمانی برابر با L_1 صرف شده است . در طول زمان L_1 که آن را مدت زمان تحویل[۵] می نامیم ، مقداری از موجودی مصرف شده ، ولی قبل از اینکه موجودی کالا به صفر برسد ، سفارش صادر شده دریافت میگردد . سپس مصرف ادامه داشته تا مجدداً سطح موجودی به نقطه سفارش رسیده است و سفارش بعدی صادر شده است . فاصله های زمانی بین صدور سفارشات یک

[1] Order Point System (OP)
[2] Order Interval System (OI)
[3] Re-Order Point System (ROP)
[4] Fixed Order Quantity System (FOQ)
[5] Lead Time

سیکل نامیده میشود . لازم بذکر است که برای حالتهایی که مقدار مصرف و یا مدت زمان تحویل ثابت نباشند ، مقداری بعنوان ذخیره احتیاطی [1] در نظر گرفته شده است . در مورد سیستم نقطه سفارش توجه به چند نکته زیر لازم است :

- مقادیر حداکثر موجودی لزوماً برای همگی سیکلها مساوی نیستند .
- مدت زمان تحویل در سیکلهای مختلف لزوماً یکسان نیستند .
- طول زمانی سیکلهای مختلف الزاماً مساوی نخواهند بود .
- مقادیر هر بار سفارش (Order Quantity) همواره با یکدیگر مساوی هستند .

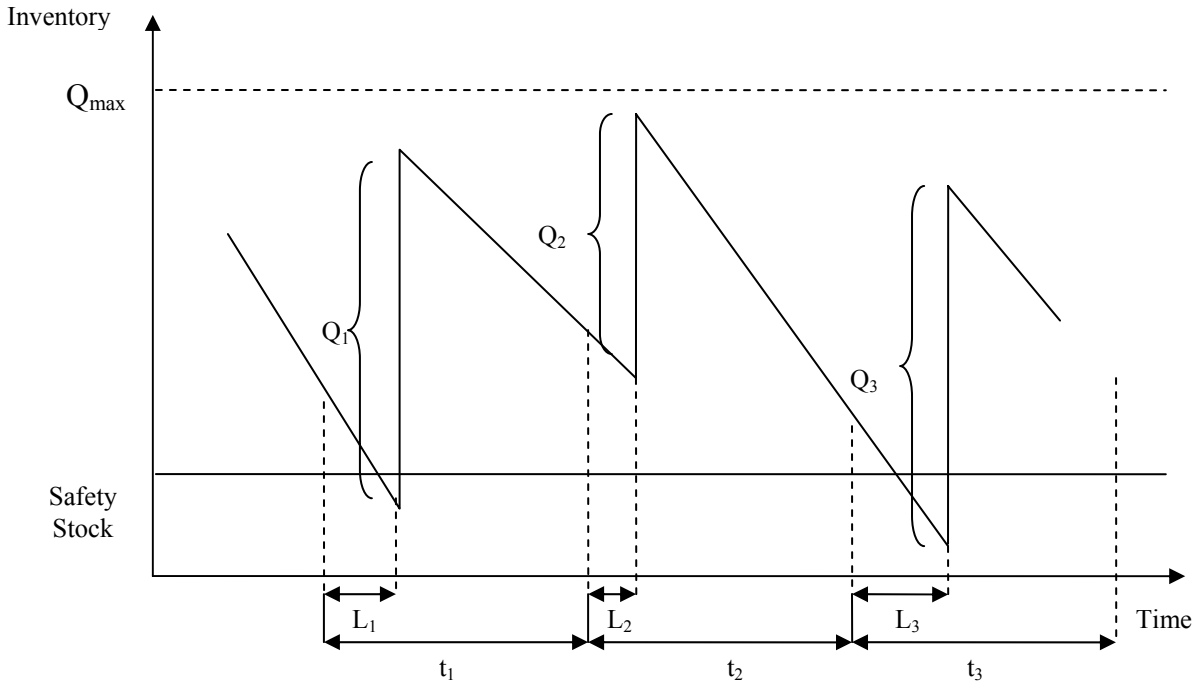
روشهای محاسبه مقدار سفارش ، نقطه سفارش و ذخیره احتیاطی را در مدلهای مختلف کنترل موجودی برای سیستم نقطه سفارش در فصلهای بعدی خواهیم دید .



[1] Safety Stock

۲-۳- سیستم دوره سفارش

در سیستم کنترل موجودی بر اساس دوره سفارش که به سیستم دوره ثابت سفارش[1] معروف است ، در زمانهای ثابت و مشخص مثلاً هر هفته ، هر ماه و یا هر چند ماه یکبار مقدار موجودی کالا بررسی میشود . آنگاه سفارش برای کالا به مقداری صادر میشود که جمع مقادیر موجودی کالا در زمان بررسی و مقدار سفارش داده شده ، به یک مقدار حداکثر ثابت و تعیین شده برسد . نمودار موجودی – زمان برای این سیستم در شکل زیر نشان داده شده است .



همانگونه که در این نمودار ملاحظه میگردد ، مقدار موجودی کالا در ابتدای هر سیکل بررسی شده است و به مقدار Q_i سفارش صادر شده است . چنانچه Q_i و A_i به ترتیب نشاندهنده مقدار سفارش و مقدار موجودی در دست در ابتدای سیکل i باشند ، خواهیم داشت :

$$Q_i = Q_{max} - A_i$$

[1] Fixed Order Interval System (FOI)

در این سیستم چنانچه نرخ مصرف و مدت زمان تحویل ثابت باشند ، Q_{max} معادل میزان مصرف در طول هر سیکل (شامل مدت زمان تحویل) خواهد بود . حال آنکه اگر میزان مصرف و یا مدت زمان تحویل ثابت نباشند ، Q_{max} معادل میانگین مصرف در طول دوره بعلاوه مقداری بعنوان ذخیره احتیاطی میباشد . در مورد سیستم دوره سفارش توجه به چند نکته زیر لازم است :

- مدت زمان تحویل در سیکلهای مختلف لزوماً یکسان نیستند .
- طول زمانی سیکلهای مختلف مساوی میباشند .
- مقادیر سفارش Q_i لزوماً با یکدیگر مساوی نخواهند بود .

روش محاسبه مقدار سفارش در سیستم دوره ثابت سفارش در فصلهای بعدی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت .

٤- ساده سازی سیستمهای نقطه سفارش و دوره سفارش

کنترل موجودی برای کالاهایی که دارای ارزش استراتژیک و یا ارزش مصرفی بالایی نیستند ، یا بعبارت دیگر بر اساس روش طبقه بندی ABC در طبقه C قرار دارند ، میتوانند با استفاده از روشهای ساده تری انجام گیرد . در چنین حالتی میتوان به جای روشهای نقطه سفارش و دوره سفارش از روشهای ساده تری به ترتیب تحت عنوان سیستم دو ظرفی[1] و سیستم بازدید عینی[2] استفاده نمود .

٤-١- سیستم دو ظرفی

این سیستم عملاً مشابه با سیستم نقطه سفارش است ، با این تفاوت که در این سیستم بجای رکوردگیری از موجودیها با استفاده از کامپیوتر ، این عملیات با استفاده از دو ظرف (جعبه) صورت میگیرد . ظرفیت ظرف شماره ۲ معادل مقدار موجودی لازم در نقطه سفارش در نظر گرفته میشود . همواره

[1] Two-bin System
[2] Visual Review System

در زمان رسیدن کالا به انبار ، ابتدا ظرف شماره ۲ پر میشود و سپس بقیه موجودی در ظرف شماره ۱ نگهداری میشود . مصرف از ظرف شماره ۱ انجام می گیرد و وقتی موجودی این ظرف تمام شد ، عملاً موجودی به نقطه سفارش رسیده است . در این زمان جهت تأمین مجدد کالا ، سفارش به میزان ثابت و تعیین شده ای صادر میگردد . تا زمان دریافت کالای سفارش داده شده ، مصرف از ظرف شماره ۲ صورت خواهد گرفت .

۲-٤- سیستم بازدید عینی

این سیستم نیز عملاً مشابه با سیستم دوره سفارش میباشد ، با این تفاوت که در اینجا بجای کنترل دقیق مقادیر موجودی در تاریخهای مشخص با فواصل زمانی مساوی ، از مقدار موجودی بازدید عینی بعمل می آید . سپس جهت رسانیدن مقدار کل موجودی به یک مقدار حداکثر تعیین شده ، مقدار سفارش صادر میشود . استفاده از این روش برای کالاهای دارای حجم زیاد نظیر مواد شیمیایی جامد در انبارها یا مایعات ذخیره شده در تانکرها ، که دارای ارزش استراتژیک و یا ارزش مصرفی بالایی نیستند ، باعث سهولت انجام کار خواهد شد .

فصل سوم

مقدار سفارش اقتصادی

۱- مقدمه

در فصل گذشته ضمن تشریح ساختار سیستمهای نقطه سفارش ، لزوم دستیابی به دو پارامتر اصلی در اینگونه سیستمها ؛ یعنی ، مقدار هر بار سفارش و نقطه سفارش ، بیان گردید . در این فصل ضمن بررسی مدلهای مختلف کنترل موجودی ، به ارائه روشهای محاسباتی برای دستیابی به مقدار بهینه هر بار سفارش کالا در این سیستمها خواهیم پرداخت .

فرضیات اصلی در مدلهای ارائه شده در این فصل عبارتند از اینکه :

- مقادیر تقاضا برای آینده معین میباشد .
- نرخ تقاضا در طول افق برنامه ریزی ثابت خواهد بود .
- مدت زمان تحویل کالا در سیکلهای مختلف سفارش دهی ثابت است .

در این حالت برای تعیین مقدار بهینه هر بار سفارش از مدلهای قطعی کنترل موجودی[1] استفاده میگردد .

در فصل آینده ، ضمن بیان چگونگی محاسبه نقطه سفارش ، به بررسی تغییرات تقاضا و نیز مدت زمان تحویل کالا در سیستمهای نقطه سفارش خواهیم پرداخت .

[1] Deterministic Inventory Models

۲- ساختار مدلهای تعیین مقدار سفارش اقتصادی

پیشرفت در زمینه کنترل موجودی از زمانی آغاز گردید که R.H. Wilson فرمول معروف خود را که امروزه به نام مقدار سفارش اقتصادی[1] شناخته می شود ، ارائه نمود . این فرمول که به نام فرمول ویلسون نیز معروف شد ، مقدار بهینه هر بار سفارش را محاسبه میکند . در تعیین مقدار سفارش اقتصادی مجموع هزینه های نگهداری ، سفارش دهی و ... به حداقل می رسد .

فرضیات اصلی در مدلهای تعیین مقدار سفارش اقتصادی عبارتند از :

- مقادیر تقاضا برای آینده معین میباشد .
- نرخ تقاضا در طول افق برنامه ریزی ثابت خواهد بود .
- مدت زمان تحویل کالا در سیکلهای مختلف سفارش دهی ثابت است .

توجه داشته باشید که فرضیات فوق موجب میگردد ، مدت زمان سیکلهای مختلف سفارش دهی (فاصله زمانی بین سفارشات) ثابت و یکسان باشند .

در ارائه هر یک از مدلهای تعیین مقدار سفارش اقتصادی ، چنانچه فرضیات دیگری نیز مورد نیاز باشد ، در جای خود بیان خواهند گردید .

۲-۱- معرفی نمادهای کلی در مدلهای تعیین مقدار سفارش اقتصادی

در این قسمت نمادهای قابل استفاده در مدلهای تعیین مقدار سفارش اقتصادی ارائه می گردد . لازم بذکر است که همراه با ارائه هر یک از مدلها ، نمادهای دیگری نیز نیاز خواهد بود که در جای خود معرفی می گردند .

[1] Economic Order Quantity (EOQ)

Q (Order Quantity) : مقدار هر بار سفارش

Q^* (Economic Order Quantity) : مقدار سفارش اقتصادی (در هر بار سفارش)

D (Demand) : مقدار تقاضا (مصرف) در طول دوره (سال)

S (Setup/Ordering Cost) : هزینه ثابت هر بار سفارش

H (Holding Cost) : هزینه نگهداری هر واحد کالا در هر دوره (سال)

C (Cost per unit) : ارزش هر واحد کالا

k : ضریب هزینه نگهداری کالا

N : تعداد سفارشات در هر دوره (سال)

t : مدت زمان هر سیکل (فاصله زمانی بین سفارشات)

TC_s (Total Setup Cost) : کل هزینه های ثابت انجام سفارشات در دوره (سال)

TC_h (Total Holding Cost) : کل هزینه های نگهداری موجودیها در دوره (سال)

TC (Total Cost) : مجموع هزینه ها در دوره (سال)

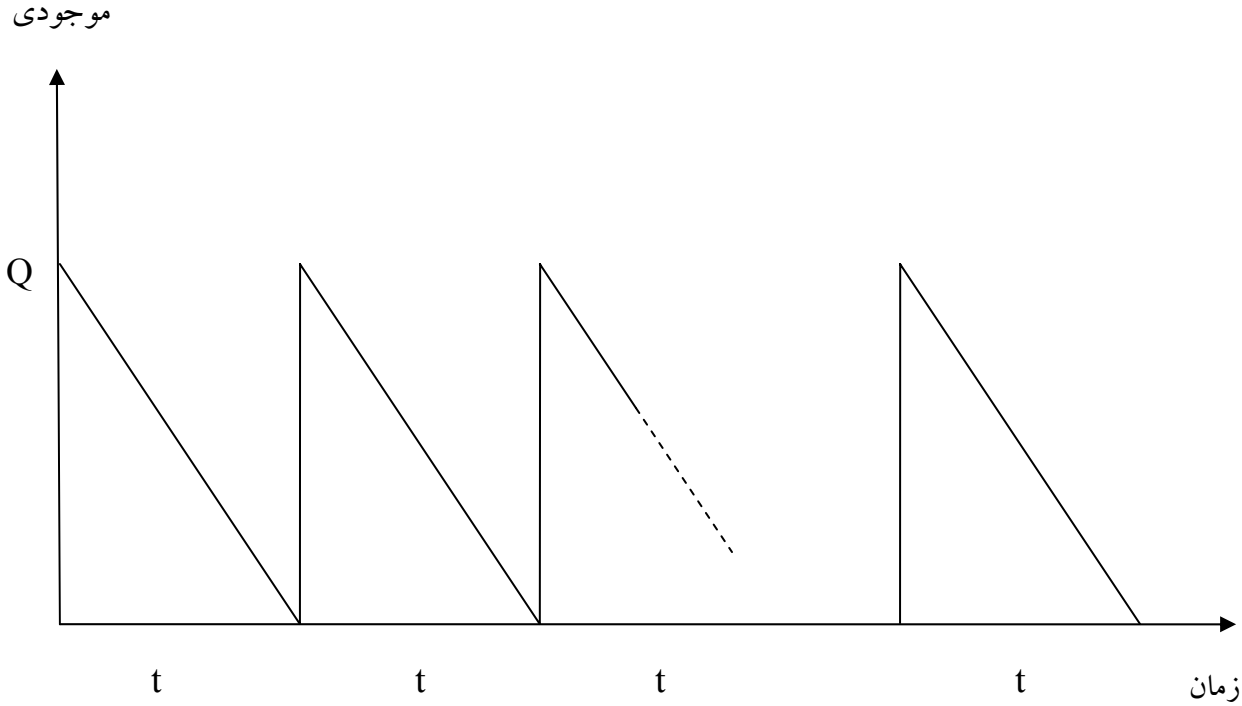
۳- مدل کلاسیک تعیین مقدار سفارش اقتصادی

اصولاً در طراحی مدلها و بدست آوردن فرمولها ، ابتدا ساده ترین روابط موجود در نظر گرفته میشود . در مدل کلاسیک (ساده) مقدار سفارش اقتصادی علاوه بر فرضیات اصلی بیان شده در مورد مدلهای تعیین مقدار سفارش اقتصادی ، فرضیات زیر نیز در نظرگرفته میشود :

- کالا بصورت کلی و بدون تخفیف خریداری میگردد .
- تحویل کالا بصورت یکجا صورت میگیرد .
- کمبود کالا مجاز نمی باشد .

۱-۳- رابطه هزینه های نگهداری با مقدار سفارش

برای تعیین هزینه های نگهداری باید میزان موجودی انبار را داشته باشیم ، ولی با توجه به متغیر بودن میزان موجودی در طول دوره ، متوسط موجودی انبار در هر دوره در نظر گرفته میشود . معمولاً درصدی از ارزش کالا را به عنوان ضریب هزینه نگهداری در نظر می گیرند که آن را با k نشان میدهیم . در بیشتر سازمانها این ضریب بین ۲۰ تا ۲۵ درصد در نظر گرفته می شود . همچنین میتوان مقدار معینی را به عنوان هزینه نگهداری هر واحد کالا در دوره در نظر گرفت ، که آن را با H نشان می دهیم .



$$(\frac{Q+0}{2}).t=\frac{Q}{2}.t$$ متوسط موجودیها در هر سیکل

$$\frac{Q}{2}.t.N=\frac{Q}{2}.t.\frac{1}{t}=\frac{Q}{2}$$ متوسط موجودیها در هر دوره

$$TC_h=H.\frac{Q}{2}=k.C.\frac{Q}{2}$$

همچنانکه مشخص است ، کل هزینه های نگهداری موجودیها در هر دوره با مقدار سفارش رابطه مستقیم و خطی دارد .

۲-۳- رابطه هزینه های ثابت سفارش با مقدار سفارش

تعداد سفارشات در هر دوره برابر است با $N = \frac{D}{Q}$.

و کل هزینه های ثابت سفارش در یک دوره بصورت زیر خواهد بود :

$$TC_s = N.S = \frac{D.S}{Q}$$

پس بطور کلی هزینه های ثابت سفارش با تعداد دفعات سفارش رابطه مستقیم و با مقدار سفارش رابطه معکوس دارد .

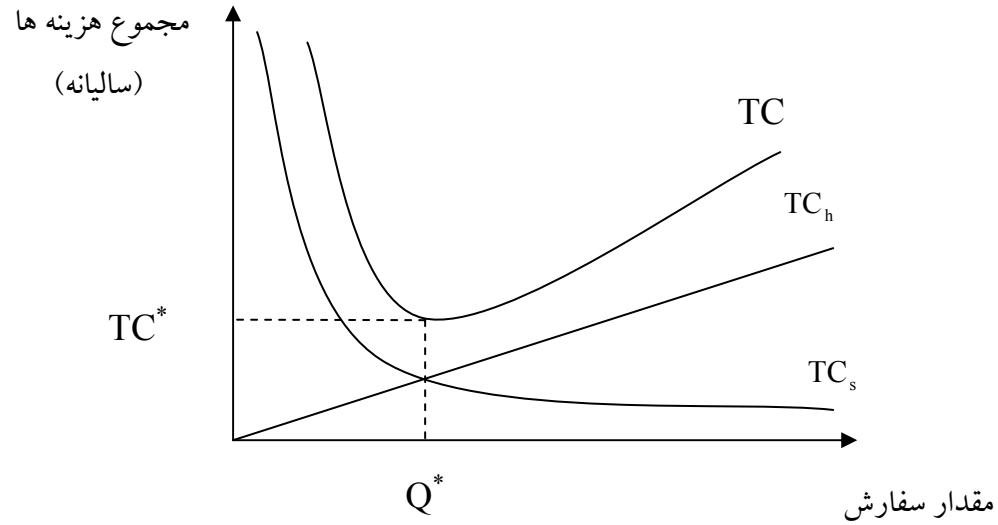
۳-۳- ساخت مدل کلاسیک تعیین مقدار سفارش اقتصادی (EOQ)

از آنجایی که در این مدل کمبود کالا مجاز نیست وکالا بصورت یکجا و در یک مرحله وارد انبار می شود ، مجموع هزینه ها در دوره بصورت زیر خواهد بود .

$$TC = TC_h + TC_s + DC$$

از آنجائیکه مقدار مصرف درهر دوره ثابت بوده و قیمت هر واحد کالا نیز به ازای هر مقدار سفارش ، ثابت در نظر گرفته شده است ، بنابراین هزینه خرید کالا بعنوان یک مقدار ثابت بوده و در بهینه سازی مجموع هزینه ها تأثیری نداشته و قابل صرفنظر کردن میباشد .

هدف پیدا کردن مقدار Q بگونه ای است که مجموع هزینه ها را حداقل کند . برای یافتن این مقدار باید از TC نسبت به Q مشتق گرفت و آن را برابر صفر قرار داده و Q مورد نظر را پیدا کرد .



$$TC = H.\frac{Q}{2} + \frac{DS}{Q} + DC$$

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}H - \frac{DS}{Q^2} + 0 = 0$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

$TC^* = \sqrt{2DSH}$ مجموع هزینه ها در دوره (سال) بدون در نظر گرفتن قیمت خرید

$TC^* = \sqrt{2DSH} + DC$ مجموع هزینه ها در دوره (سال) با در نظر گرفتن قیمت خرید

$$N^* = \frac{D}{Q^*} = \sqrt{\frac{DH}{2S}}$$

$$t^* = \frac{Q^*}{D} = \sqrt{\frac{2S}{DH}}$$

مثال : اگر تقاضا برای محصولی ۸۰۰ واحد در سال و هزینه هر بار سفارش معادل ۲۰۰ ریال باشد ، با در نظر گرفتن هزینه نگهداری هر واحد در سال معادل ۱۰ ریال ، مقدار سفارش اقتصادی را بدست آورید .

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times 800 \times 200}{10}} = \sqrt{32000} = 178.8$$

مثال : مصرف قطعه ای در یک کارخانه تولیدی ۲۵۲۰ واحد در سال می باشد . کارخانه قطعه مزبور را از طریق سفارش ساخت به پیمانکاران جزء تأمین میکند . هزینه های ذیل برای این قطعه برآورد گردیده است .

- هزینه های ثابت هر بار سفارش برابر ۷۸۷۵۰ ریال .
- قیمت خرید هر واحد کالا برابر ۴۰۰۰ ریال .
- هزینه های نگهداری برابر ۲۵ درصد قیمت کالا در سال .

مطلوبست :

۱- مقدار سفارش اقتصادی

۲- تعداد دفعات سفارش در سال

۳- مجموع هزینه ها در سال بدون در نظر گرفتن هزینه خرید کالا

$H = kC = 0.25 \times 4000 = 1000$ واحد- سال/ ریال

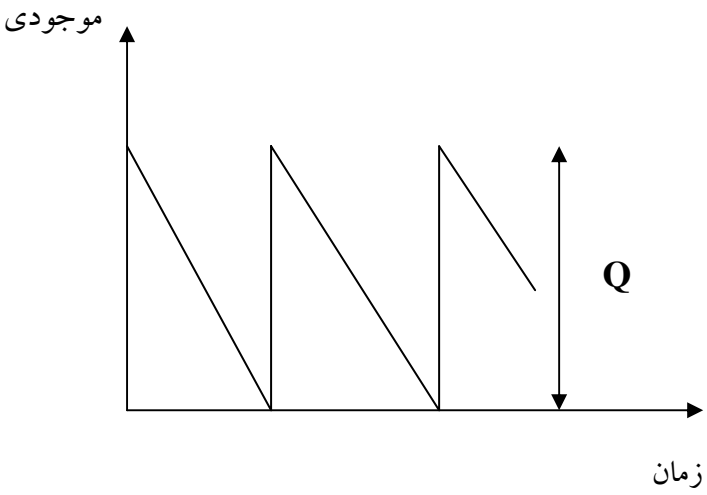
$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times 78750 \times 2520}{1000}} = 630$ واحد در هر بار سفارش

$N^* = \frac{D}{Q^*} = \frac{2520}{630} = 4$ مرتبه در سال

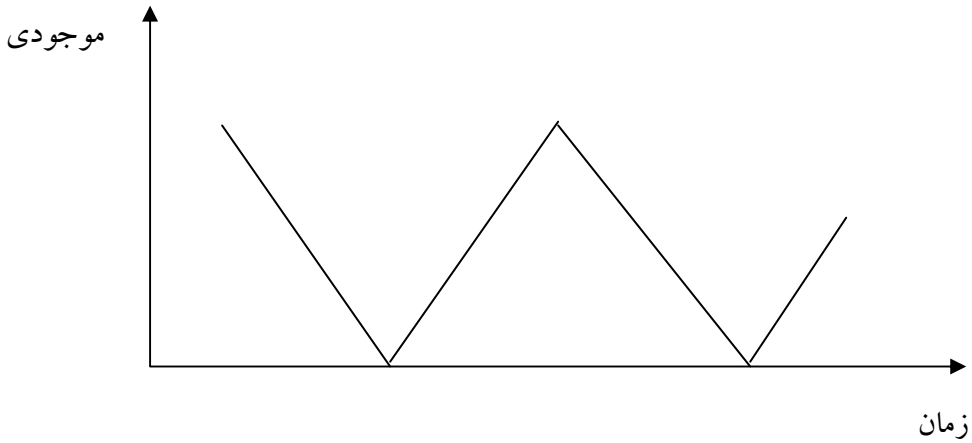
$TC^* = \sqrt{2DSH} = \sqrt{2 \times 2520 \times 78750 \times 1000} = 630000$ ریال در سال

٤- مدل تعیین مقدارسفارش اقتصادی درحالت ساخت کالا (دریافت تدریجی)

در مدل کلاسیک فرض بر این بود که تحویل کالا بصورت یکجا صورت می گیرد . در این حالت نمودار موجودی کالا نسبت به زمان بصورت زیر است :



در مواردی که سفارش کالا مربوط به ساخت و تولید باشد ، اغلب تحویل کالا به انبار بصورت یکجا نبوده و کالا بصورت تدریجی تحویل انبار میگردد . مدل مزبور ، مدل تعیین مقدار تولید اقتصادی[1] نیز نامیده میشود . در این حالت نمودار موجودی کالا نسبت به زمان بصورت زیر خواهد بود :



[1] Economic Production Quantity (EPQ)

در این مدل جهت بدست آوردن مقدار تولید اقتصادی پارامترهای زیر نیز در نظر گرفته میشود :

D (Demand) : میزان تقاضا (مصرف) در طول دوره

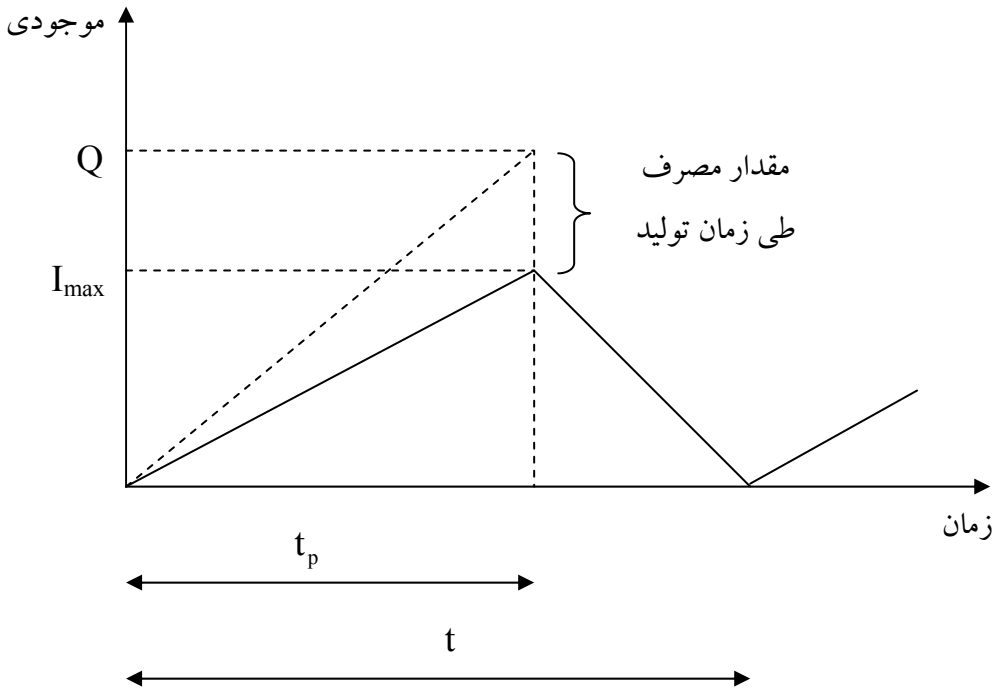
u (Usage rate) : نرخ تقاضا (مصرف) در واحد زمان

p (Production/delivery rate) : نرخ تولید (تحویل) در واحد زمان

t_p : مدت زمان تولید (دریافت) در هر سیکل

I_{max} (Maximum Inventory) : حداکثر موجودی انبار

نمودار موجودی نسبت به زمان در مدل تعیین مقدار تولید اقتصادی بصورت زیر خواهد بود :



در این مدل برای اینکه کمبود رخ ندهد ، نرخ تولید باید بیشتر از نرخ مصرف باشد ($p > u$) . در هر سیکل طی مدت زمان t_p ، موجودی با نرخ $p - u$ افزایش می یابد ، تا اینکه Q واحد سفارش داده شده ، تولید گردد . سپس در مابقی مدت زمان سیکل فقط مصرف صورت می گیرد .

بنابر این روابط زیر را خواهیم داشت :

$$Q = p \times t_p \quad \Rightarrow \quad t_p = \frac{Q}{p}$$

مقدار مصرف طی زمان تولید = نرخ مصرف × مدت زمان تولید $= t_p \times u = \frac{Q}{p} \times u$

$$I_{max} = Q - \frac{Q}{p}.u = Q(1 - \frac{u}{p})$$

$$\bar{I} = \frac{I_{max} + 0}{2}.t.\frac{1}{t} = \frac{1}{2}Q(1 - \frac{u}{p})$$

$$TC_s = N.S = \frac{DS}{Q}$$

$$TC_h = H.\bar{I} = \frac{1}{2}H.Q(1 - \frac{u}{p})$$

$$TC = \frac{DS}{Q} + \frac{H}{2}Q(1 - \frac{u}{p}) + DC$$

جهت بدست آوردن Q^* باید از TC نسبت به Q مشتق گرفت و آنرا برابر صفر قرار داد :

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H(1 - \frac{u}{p})}}$$

$$TC^* = \sqrt{2DSH(1 - \frac{u}{p})}$$

$t^* = \frac{Q^*}{D}$ مدت زمان هر سیکل بر حسب واحد زمانی دوره (سال)

$t^* = \frac{Q^*}{u}$ مدت زمان هر سیکل بر حسب واحد زمانی نرخ مصرف (روز - هفته - ماه و...)

$t_p^* = \frac{Q^*}{p}$ مدت زمان تولید (دریافت) در هر سیکل

مثال : میزان تقاضا برای محصولی ۲۰۰۰۰ واحد در سال و نرخ تولید محصول ۱۰۰ واحد در روز است . قیمت تمام شده هر واحد محصول ۵۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد محصول در سال معادل 20 درصد قیمت تمام شده آن در نظر گرفته شده است . هزینه های ثابت هر بار سفارش ساخت برابر 180 تومان برآورد گردیده است . با فرض ۲۵۰ روز کاری در سال ، مطلوبست :

الف) مقدار تولید اقتصادی

ب) مدت زمان هر سیکل

ج) مدت زمان تولید در هر سیکل

$D=20000$ سال / واحد

$$u=\frac{D}{250}=\frac{20000}{250}=80$$ روز / واحد

$p=100$ روز / واحد

$C=500$ تومان

$k=20\ \%$

$$H=k.C=0.20\times 500=100$$

$$Q^*=\sqrt{\frac{2DS}{H(1-\frac{u}{p})}}=\sqrt{\frac{2\times 20000\times 180}{100(1-\frac{80}{100})}}\Rightarrow Q^*=600$$ واحد در هر بار سفارش

$$t^*=\frac{Q^*}{u}=\frac{600}{80}=7.5$$ روز

$$t_p=\frac{Q^*}{p}=\frac{600}{100}=6$$ روز

۵- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی وقتی کمبود مجاز است

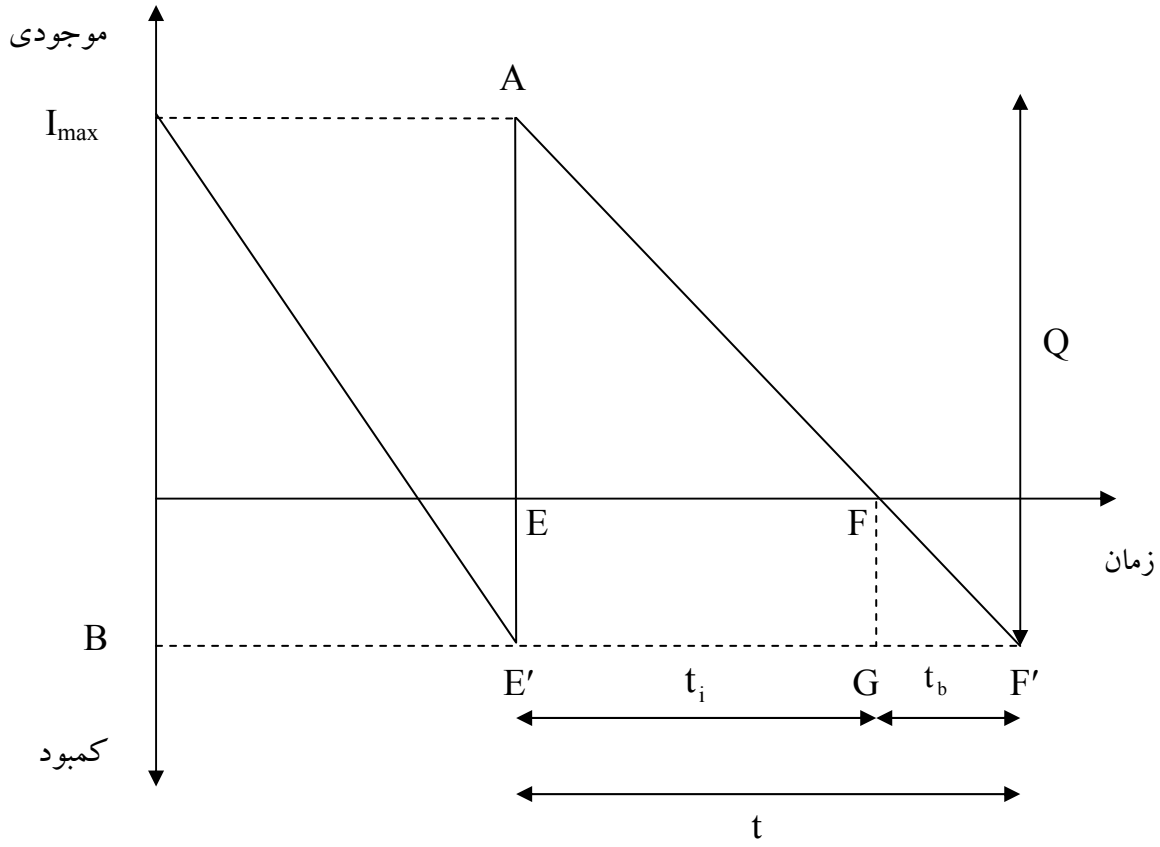
در مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی چنانچه کمبود کالا مجاز باشد ، دوحالت مختلف را میتوان در نظر گرفت :

۱- کمبود قابل جبران است (سفارشات عقب افتاده)[1] .

۲- کمبود قابل جبران نیست (فروش از دست رفته)[2] .

۱-۵- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی وقتی کمبود قابل جبران است

در این مدل نمودار موجودی نسبت به زمان بصورت زیر خواهد بود :



[1] Back Order
[2] Lost Sale

در این مدل جهت بدست آوردن مقدار سفارش اقتصادی پارامترهای زیر نیز در نظر گرفته میشود :

B (Back Order) : مقدار کمبود مجاز (سفارشات عقب افتاده)

b : هزینه کمبود هر واحد کالا در دوره

t_i : مدت زمانی که موجودی در دسترس است

t_b : مدت زمانی که طی آن کمبود وجود دارد

با توجه به تشابه مثلثهای AEF و $AE'F'$ روابط زیر را خواهیم داشت :

$$\frac{t_i}{t} = \frac{I_{max}}{Q} = \frac{Q-B}{Q} \quad \Rightarrow \quad t_i = \frac{Q-B}{Q}.t$$

همچنین با توجه به تشابه مثلثهای $AE'F'$ و FGF' روابط زیر را خواهیم داشت :

$$\frac{t_b}{t} = \frac{B}{Q} \quad \Rightarrow \quad t_b = \frac{B}{Q}.t$$

$$\text{متوسط موجودی در هر سیکل} = \frac{I_{max}+0}{2} \times t_i = \frac{Q-B}{2} \times \frac{Q-B}{Q}.t = \frac{(Q-B)^2}{2Q}.t$$

تعداد سیکل در دوره × متوسط موجودی در هر سیکل = متوسط موجودی در دوره

$$\text{متوسط موجودی در دوره} \quad \bar{I} = \frac{(Q-B)^2}{2Q}.t \times \frac{1}{t} = \frac{(Q-B)^2}{2Q}$$

$$\text{متوسط کمبود در هر سیکل} = \frac{0+B}{2}.t_b = \frac{B}{2} \times \frac{B}{Q}.t = \frac{B^2}{2Q}.t$$

تعداد سیکل در دوره × متوسط کمبود در هر سیکل = متوسط کمبود در دوره

$$\text{متوسط کمبود در دوره} \quad \bar{B} = \frac{B^2}{2Q}.t \times \frac{1}{t} = \frac{B^2}{2Q}$$

مجموع هزینه های هر دوره برابر است با کل هزینه های ثابت سفارش بعلاوه کل هزینه های نگهداری کالا بعلاوه کل هزینه های ناشی از کمبود کالا بعلاوه هزینه های خرید . بنابراین :

$$TC = \frac{DS}{Q} + H.\frac{(Q-B)^2}{2Q} + b.\frac{B^2}{2Q} + DC$$

در این حالت TC تحت تأثیر دو عامل Q و B قرار دارد ، برای پیدا کردن نقطه مینی موم TC ، باید از این تابع نسبت به Q و B مشتق گرفته و آنها را برابر صفر قرار داد .

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \\ \frac{\partial TC}{\partial B} = 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}.\sqrt{\frac{H+b}{b}} \\ B^* = \sqrt{\frac{2DS}{b}}.\sqrt{\frac{H}{H+b}} \end{cases}$$

$$I^*_{max} = Q^* - B^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}.\sqrt{\frac{b}{H+b}}$$

$$TC^* = \sqrt{2DSH}.\sqrt{\frac{b}{H+b}}$$

مثال : فروشنده ای تقاضا برای یکی از محصولات خود را که از خارج کشور وارد می نماید ، به میزان ۸۰۰ واحد در ماه برآورد نموده است . هزینه ثابت هر بارسفارش معادل ۴۰۰۰۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحدکالا برابر ۴۰۰۰ تومان در سال میباشد . فروشنده متعهد میگردد که در صورت تأخیر در تحویل هر واحد کالا ، معادل مبلغ ۱۰۰۰ تومان در ماه بابت خسارت دیرکرد بپردازد . مطلوبست محاسبه مقدار سفارش اقتصادی ، حداکثر موجودی انبار و فاصله زمانی بین سفارشات .

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}.\sqrt{\frac{H+b}{b}} = \sqrt{\frac{2\times800\times12\times400000}{4000}}.\sqrt{\frac{4000+(1000\times12)}{1000\times12}} = 1600$$

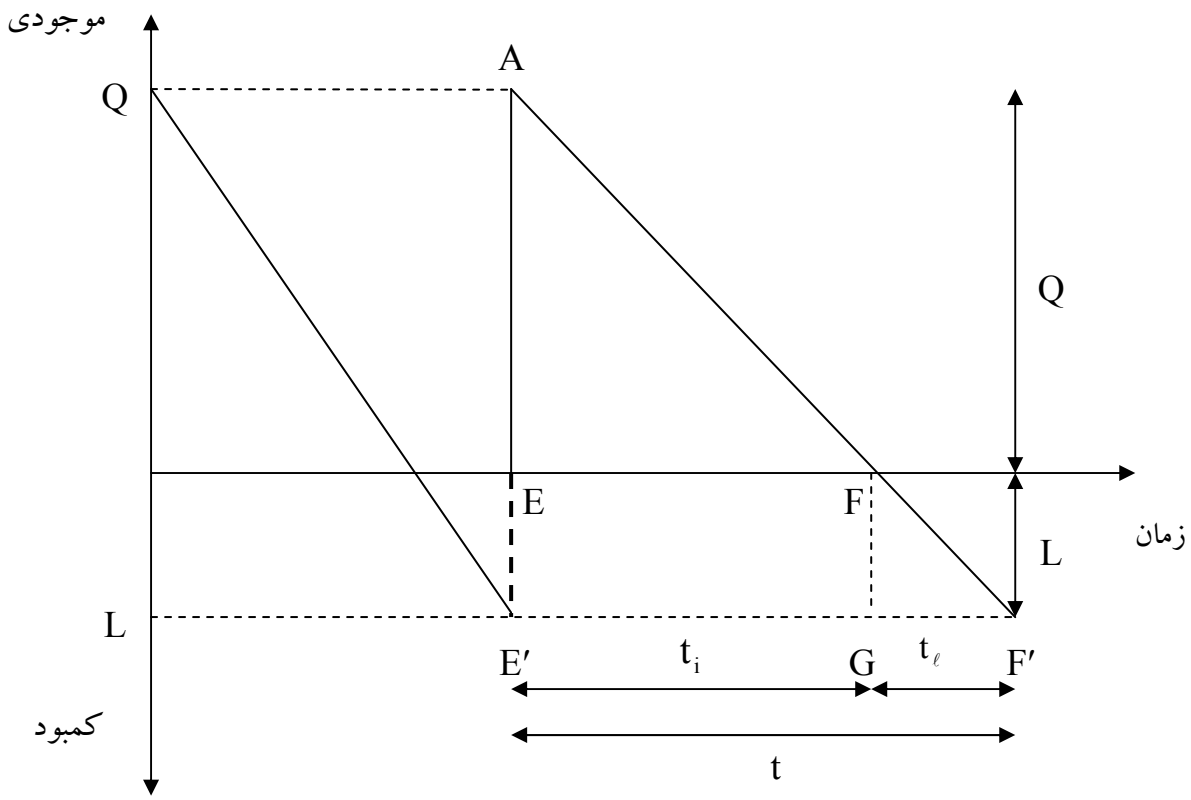
$$B^* = \sqrt{\frac{2DS}{b}}.\sqrt{\frac{H}{H+b}} = \sqrt{\frac{2\times800\times12\times400000}{1000\times12}}.\sqrt{\frac{4000}{4000+(1000\times12)}} = 400$$

$$I^*_{max} = Q^* - B^* = 1600 - 400 = 1200$$

$$t^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{1600}{800\times12} = 0.16 \text{ سال } = 2 \text{ ماه}$$

۲-۵- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی وقتی کمبود قابل جبران نیست

در این مدل نمودار موجودی نسبت به زمان بصورت زیر خواهد بود :



در این مدل جهت بدست آوردن مقدار سفارش اقتصادی پارامترهای زیر نیز در نظر گرفته میشود :

L (Lost Sale) : مقدار فروش از دست رفته در هر سیکل (کمبود مجاز)

$\hat{b}$: هزینه کمبود هر واحد کالا در هر سیکل

t_i : مدت زمانی که موجودی در دسترس است

t_ℓ : مدت زمانی که طی آن کمبود وجود دارد

با توجه به تشابه مثلثهای AEF و $AE'F'$ روابط زیر را خواهیم داشت :

$$\frac{t_i}{t} = \frac{Q}{Q+L} \quad \Rightarrow \quad t_i = \frac{Q}{Q+L}.t$$

همچنین با توجه به تشابه مثلثهای $AE'F'$ و FGF' روابط زیر را خواهیم داشت :

$$\frac{t_\ell}{t}=\frac{L}{Q+L} \quad \Rightarrow \quad t_\ell=\frac{L}{Q+L}.t$$

در این مدل ، مدت زمان هر سیکل و تعداد سیکلها در دوره بصورت زیر خواهد بود :

$$t=\frac{Q+L}{D} \quad \Rightarrow \quad N=\frac{1}{t}=\frac{D}{Q+L}$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$\bar{I}=\frac{I_{max}+0}{2}\times t_i\times\frac{1}{t}=\frac{Q}{2}\times\frac{Q}{Q+L}.\,t\times\frac{1}{t}=\frac{Q^2}{2(Q+L)}$$

هزینه کمبود در هر سیکل $=\hat{b}.L$

کل هزینه کمبود در هر دوره $=\hat{b}.L.N=\hat{b}.L.\frac{D}{Q+L}$

مجموع هزینه های هر دوره برابر است با :

$$TC=S.N+H.\bar{I}+\hat{b}.L.\frac{D}{Q+L}$$

$$TC=\frac{DS}{Q+L}+H.\frac{Q^2}{2(Q+L)}+\hat{b}.L.\frac{D}{Q+L}$$

$$\begin{pmatrix}\frac{\partial TC}{\partial Q}=0\\ \frac{\partial TC}{\partial L}=0\end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \left\{\begin{array}{ll}\frac{1}{2}HQ^2+HLQ-DS-\hat{b}LD=0 & (1)\\ \frac{1}{2}HQ^2-\hat{b}DQ+DS=0 & (2)\end{array}\right\}$$

$$(2) \quad \Rightarrow \quad Q^*=\frac{\hat{b}D\pm\sqrt{(\hat{b}D)^2-2DSH}}{H} \qquad (3)$$

برای اینکه Q^* وجود داشته و مقدار آن مثبت باشد باید روابط زیر برقرار باشد :

$$\left\{\begin{array}{ll}(\hat{b}D)^2\geq 2DSH & (4)\\ \hat{b}D>\sqrt{(\hat{b}D)^2-2DSH} & (5)\end{array}\right\}$$

رابطه (۵) همواره برقرار است . برای اینکه رابطه (۴) برقرار باشد ، دو حالت بشرح زیر در نظر گرفته میشود :

حالت اول) $(\hat{b}D)^2 > 2DSH$

با قرار دادن مقدار Q^* در رابطه (۱) خواهیم داشت :

$$L^* = -\frac{\hat{b}D \pm \sqrt{(\hat{b}D)^2 - 2DSH}}{H}$$

از مقایسه L^* و Q^* این نتیجه بدست می آید که :

$$L^* = -Q^* \le 0 \qquad \Rightarrow \qquad L^* = 0$$

به عبارت دیگر در این حالت ، سیستم باید بدون کمبود در نظر گرفته شود و برای بدست آوردن Q^* از رابطه ویلسون استفاده می کنیم .

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

حالت دوم) $(\hat{b}D)^2 = 2DSH$

با قرار دادن مقدار Q^* در رابطه (۱) خواهیم داشت : $(\hat{b}D)^2 - 2DSH = 0$.

در واقع به همان شرط وجود جواب برای Q^* رسیده ایم . این بدان معنی است که جوابی برای L^* بدست نمی آید . در این حالت TC مستقل از L بوده و L میتواند هر مقداری را اختیار نماید . در این شرایط خواهیم داشت :

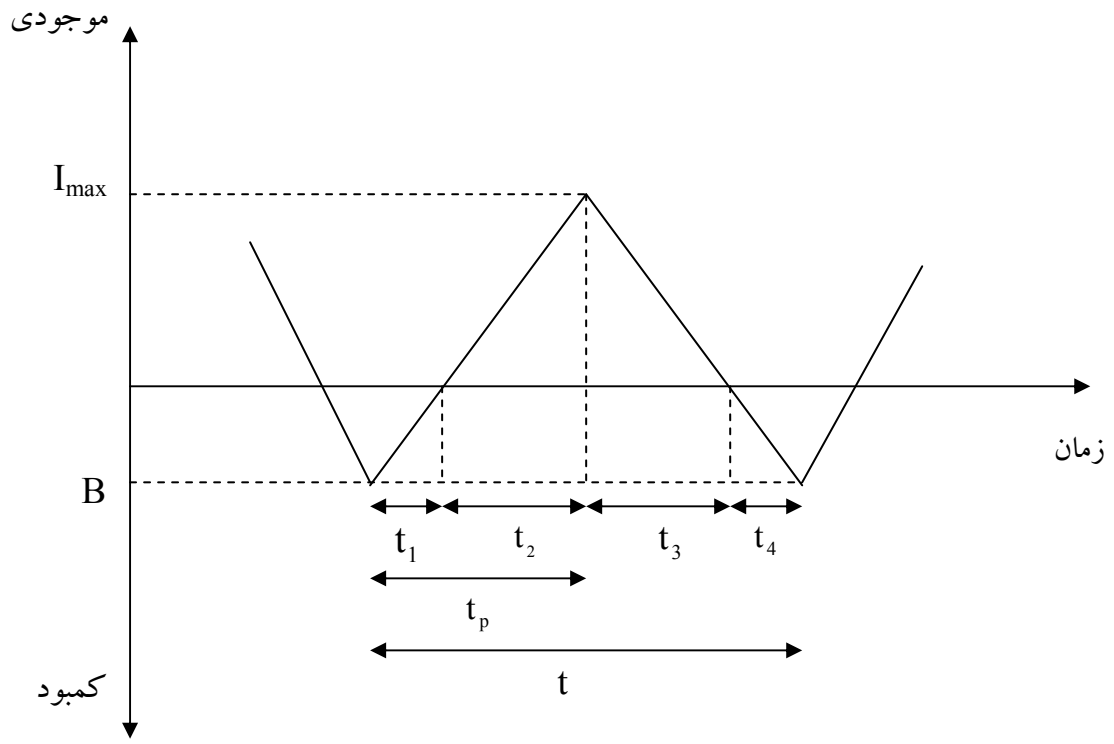
$$Q^* = \frac{\hat{b}D}{H} = \frac{\sqrt{2DSH}}{H} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = Q_w^* \quad \text{و آزاد } L$$

$$TC^* = \hat{b}D = \sqrt{2DSH} = TC_w^*$$

به عبارت دیگر در این حالت نیز مقدار سفارش اقتصادی از رابطه ویلسون محاسبه میگردد ، ولیکن میزان کمبود مجاز آزاد و دلخواه است .

٦- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی وقتی که کمبود مجاز و قابل جبران بوده و کالا بصورت تدریجی وارد انبار می شود

این مدل ترکیبی از مدلهای تعیین مقدار تولید اقتصادی و سفارشات عقب افتاده میباشد . نمودار موجودی نسبت به زمان در این مدل بصورت زیر خواهد بود :



در این مدل پارامترهای زیر نیز در نظر گرفته میشود :

t_p : کل مدت زمانی که تولید انجام میشود

t_1 : مدت زمانی که تولید انجام میشود ولی موجودی صفر است

t_2 : مدت زمانی که تولید انجام میشود و موجودی رو به افزایش است

t_3 : مدت زمانی که تولید وجود ندارد ولی موجودی مثبت است

t_4 : مدت زمانی که تولید وجود ندارد و کمبود بوجود می آید

همچنانکه در مدل تعیین مقدار تولید اقتصادی بیان گردید ، در این مدل نیز تولید با نرخ p و مصرف با نرخ u صورت می گیرد . برای اینکه کمبود غیر مجاز رخ ندهد ، باید نرخ تولید بیشتر از نرخ مصرف باشد ($p > u$) . در هر سیکل ، هنگامیکه سطح کمبودها به مقدار حداکثر مجاز خود (B) میرسد ، تولید با نرخ p شروع میگردد . از آنجایی که p بزرگتر از u است در نتیجه موجودی با نرخ $p - u$ افزایش می یابد . درهرسیکل ، ابتدا کمبودها جبران شده و سپس موجودی انبار افزایش می یابد تا اینکه Q واحد سفارش داده شده ، تولید گردد .

بنابر این روابط زیر را خواهیم داشت :

$$t_p = \frac{Q}{p}$$

مقدار مصرف طی زمان تولید = $t_p . u = Q.\frac{u}{p}$

$$I_{max} = Q - Q.\frac{u}{p} - B \qquad \Rightarrow \qquad I_{max} = Q(1 - \frac{u}{p}) - B$$

$$t_1 = \frac{B}{p-u} \qquad t_2 = \frac{I_{max}}{p-u} \qquad t_3 = \frac{I_{max}}{u} \qquad t_4 = \frac{B}{u}$$

متوسط موجودی در یک سیکل = $\frac{1}{2} I_{max} . (t_2 + t_3)$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} I_{max} . (t_2 + t_3) . \frac{1}{t} == \frac{(I_{max})^2}{2Q(1 - \frac{u}{p})} = \frac{\left[Q(1 - \frac{u}{p}) - B \right]^2}{2Q(1 - \frac{u}{p})}$$

متوسط کمبود در یک سیکل = $\frac{1}{2} B . (t_1 + t_4)$

$$\overline{B} = \frac{1}{2} B . (t_1 + t_4) . \frac{1}{t} = \frac{B^2}{2Q(1 - \frac{u}{p})}$$

مجموع هزینه های دوره برابر است با :

$$TC = \frac{D}{Q}.S + H.\bar{I} + b.\bar{B} = \frac{DS}{Q} + H.\frac{\left[Q(1-\frac{u}{p}) - B\right]^2}{2Q(1-\frac{u}{p})} + b.\frac{B^2}{2Q(1-\frac{u}{p})}$$

در معادله فوق دو متغیر Q و B وجود دارد . برای حداقل کردن TC باید از این تابع نسبت به این دو متغیر مشتق گرفت و با مساوی صفر قرار دادن آنها Q^* و B^* را بدست آورد .

$$\begin{cases} \frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \\ \frac{\partial TC}{\partial B} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H(1-\frac{u}{p})}}.\sqrt{\frac{H+b}{b}} \\ B^* = \sqrt{\frac{2DS(1-\frac{u}{p})}{b}}.\sqrt{\frac{H}{H+b}} \end{cases}$$

$$TC^* = \sqrt{2DSH(1-\frac{u}{p})}.\sqrt{\frac{b}{H+b}}$$

مثال (سؤال امتحان نیمسال دوم ۸۷ – ۸۶) :

یک کارخانه سازنده لوازم برقی برای تولید انواع محصولات خود از یک نوع الکتروموتور به میزان ۱۹۲۰۰۰ دستگاه در سال استفاده میکند . کارخانه این نوع الکتروموتور را با نرخ ۹۶۰ دستگاه در روز تولید می نماید . هزینه راه اندازی ماشین آلات برای هر بار تولید برابر ۶۴۰ دلار و هزینه ساخت هر دستگاه الکتروموتور معادل ۵۰ دلار است . کمبود این نوع الکتروموتور موجب تغییر در برنامه تولید محصولات نهایی شده که هزینه سفارشات عقب افتاده برای هر دستگاه الکتروموتور برابر ۱۰ دلار در سال تخمین زده شده است . با فرض ۲۵۰ روز کاری در سال و نرخ هزینه نگهداری معادل ۱۰ درصد ، مطلوبست :

الف) مقدار تولید اقتصادی در هر بار سفارش

ب) مقدار کمبود مجاز در هر سیکل

ج) مدت زمان هر سیکل سفارش و مدت زمان تولید در هر سیکل

د) مجموع هزینه سالیانه سیستم (با در نظر گرفتن هزینه ساخت)

$D=192000$ سال/ دستگاه $\Rightarrow \quad u=\frac{192000}{250}=768$ روز/ دستگاه

$p=960$ روز/ دستگاه

$S=640$ در هربار سفارش/ دلار

$C=50, \quad k=0.10 \quad \Rightarrow \quad H=k.C=5$ هر دستگاه – سال/ دلار

$b=10$ هر دستگاه – سال/ دلار

$$Q^*=\sqrt{\frac{2DS}{H(1-\frac{u}{p})}}.\sqrt{\frac{H+b}{b}}=\sqrt{\frac{2\times192000\times640}{5(1-\frac{768}{960})}}.\sqrt{\frac{5+10}{10}}=19200$$

$$B^*=\sqrt{\frac{2DS(1-\frac{u}{p})}{b}}.\sqrt{\frac{H}{H+b}}=\sqrt{\frac{2\times192000\times640(1-\frac{768}{960})}{10}}.\sqrt{\frac{5}{5+10}}=1280$$

$$t^*=\frac{Q^*}{u}=\frac{19200}{768}=25 \text{ روز}$$

$$t_p=\frac{Q^*}{p}=\frac{19200}{960}=20 \text{ روز}$$

$$TC^*=\sqrt{2DSH(1-\frac{u}{p})}.\sqrt{\frac{b}{H+b}}+DC$$

$$TC^*=\sqrt{2\times192000\times640\times5(1-\frac{768}{960})}.\sqrt{\frac{10}{5+10}}+(192000\times50)=9612800$$

۷- تعیین مقدار سفارش اقتصادی در حالت وجود تخفیف بر قیمت

تاکنون فرض بر این بود که قیمت خرید (هزینه ساخت) کالا ثابت بوده و بستگی به مقدار سفارش ندارد . اما اکنون حالتی بررسی میگردد که هرچه از یک کالا مقدار بیشتری سفارش بدهیم ، کالا از قیمت کمتری برخوردار خواهد بود . در این حالت به علت کاهش تعداد دفعات سفارش و نیز کاهش قیمت کالا ، از مجموع هزینه ها کاسته خواهد شد . اما از طرف دیگر با افزایش مقدار سفارش ، با حجم بیشتر موجودی روبرو خواهیم بود ، که این مطلب باعث افزایش مجموع هزینه ها میگردد .

برخی از انواع روشهای تخفیف عبارتند از :

۱- تخفیف کلی[1]

۲- تخفیف افزایشی[2]

۷-۱- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی درحالت وجود تخفیف کلی

در این مدل قیمت کالا بستگی به مقدار هر بار سفارش خواهد داشت . به این مفهوم که فروشندگان و تأمین کنندگان کالا پیشنهاد میدهند که در صورتیکه مقدار سفارش به حدود مشخصی مثلاً q_j برسد ، حاضرند کل مقدار سفارش را با قیمت C_j بفروشند . از آنجایی که قیمت اعلام شده ، شامل کل مقدار سفارش میگردد ، این حالت تخفیف کلی نامیده میشود .

بنابراین قیمت هر واحد کالا بر اساس مقدار هر بار سفارش بصورت زیر خواهد بود :

[1] Discounts for all units
[2] Incremental Discounts

قیمت هر واحد کالا (C)	مقدار هر بار سفارش (Q)
C_0	$q_0 \le Q < q_1$
C_1	$q_1 \le Q < q_2$
.....	.....
C_j	$q_j \le Q < q_{j+1}$
.....	.....
C_n	$q_n \le Q$

در این مدل قیمت خرید کل ، تابعی از مقدار سفارش خواهد بود . این تابع را میتوان بصورت زیر نشان داد :

$$\text{قیمت خرید کل} = C(Q) = \begin{cases} C_0 Q \;\; ; & q_0 \le Q < q_1 \\ C_1 Q \;\; ; & q_1 \le Q < q_2 \\ \vdots & \\ C_j Q \;\; ; & q_j \le Q < q_{j+1} \\ \vdots & \\ C_n Q \;\; ; & q_n \le Q \end{cases}$$

دو حالت مختلف را در نظر می گیریم :

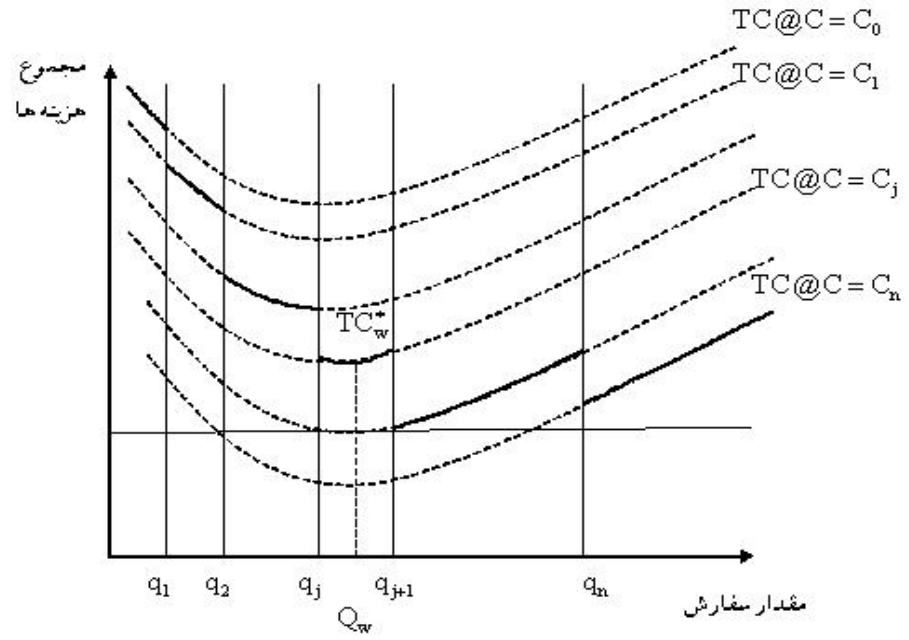
الف) هزینه های نگهداری هر واحد کالا در دوره مقدار ثابتی است (H) .

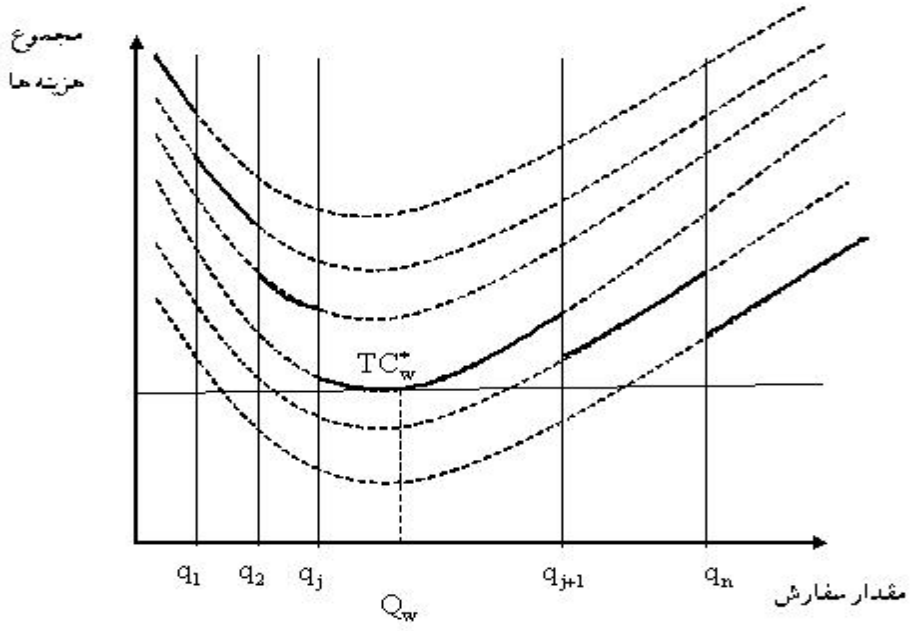
ب) هزینه های نگهداری هر واحد کالا در دوره معادل درصدی از ارزش کالا است $(H = k.C)$.

در ادامه به تشریح هر یک از دو حالت فوق می پردازیم :

الف) هزینه های نگهداری هر واحد کالا در دوره مقدار ثابتی است

در این شرایط تغییرات قیمت هر واحد کالا بر میزان هزینه های نگهداری تأثیری نخواهد داشت . در چنین حالتی نمودار مجموع هزینه ها در دوره نسبت به مقدار سفارش بصورت زیر خواهد بود :





به ازای Q_w منحنی TC یک مینی موم نسبی به میزان TC_w خواهد داشت . توجه داشته باشید که بدلیل شیب منفی (کاهشی) منحنی در سمت چپ نقطه TC_w ، نقاط سمت چپ همواره بالاتر از این نقطه میباشند . ولی هر یک از نقاط سمت راست میتوانند از این نقطه پایین تر (دارای هزینه کمتر) باشند . علاوه بر این از آنجایی که منحنی در سمت راست نقطه TC_w ، دارای شیب افزایشی می باشد ، لذا در هر یک از محدوده های سمت راست این نقطه ، کمترین هزینه به ازای نقاط شکست قیمت (ابتدای محدوده) ایجاد خواهد شد . بنابر این :

برای دستیابی به نقطه سفارش اقتصادی باید مقدار TC را به ازای نقطه Q_w و نقاط شکست قیمت در سمت راست آن بررسی کنیم .

مثال : تقاضای سالیانه برای کالای ۴۰۰ واحد تخمین زده شده است . هزینه هر بار سفارش دهی برابر ۲۰۰ دلار و هزینه های نگهداری هر واحد کالا در سال معادل ۱۶ دلار میباشد . برای خرید کالا ، پیشنهاد قیمت بشرح زیر از فروشنده کالا دریافت شده است :

مقدار هر بار سفارش (Q)	قیمت هر واحد کالا (C)
$1 \le Q < 50$	8.3
$50 \le Q < 120$	8.2
$120 \le Q < 140$	8.0
$140 \le Q$	7.9

مقدار سفارش اقتصادی برای این کالا را محاسبه نمائید .

حل : ابتدا نقطه ویلسون را بر روی منحنی بدست می آوریم .

$$Q_w = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times 400 \times 200}{16}} = 100$$

حال لازم است مقدار TC را به ازاء نقطه Q_w و نقاط شکست قیمت در سمت راست آن بررسی کنیم . بنابر این باید مقدار TC به ازاء مقادیر Q برابر با ۱۰۰ ، ۱۲۰ و ۱۴۰ محاسبه و مقایسه گردد .

$$TC = \frac{DS}{Q} + H.\frac{Q}{2} + DC$$

$$TC_w = \frac{400 \times 200}{100} + 16 \times \frac{100}{2} + 400 \times 8.2 = 4880.00$$

$$TC_{120} = \frac{400 \times 200}{120} + 16 \times \frac{120}{2} + 400 \times 8 = 4826.67$$

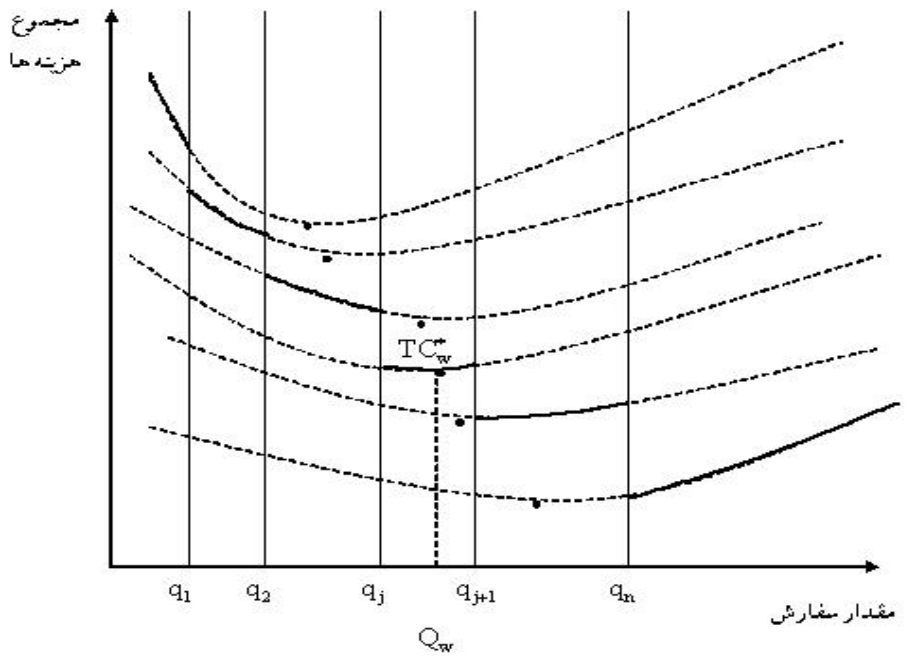
$$TC_{140} = \frac{400 \times 200}{140} + 16 \times \frac{140}{2} + 400 \times 7.9 = 4851.43$$

$$TC^* = 4826.67 \quad , \quad Q^* = 120$$

ب) هزینه های نگهداری هر واحد کالا در دوره معادل درصدی از ارزش کالا است

در این شرایط ، با توجه به اینکه با تغییر مقادیر هر بار سفارش ، قیمت هر واحد کالا تغییر میکند ، لذا هزینه های نگهداری نیز در نقاط شکست قیمت تغییر خواهند نمود .

در چنین حالتی نمودار مجموع هزینه ها در دوره نسبت به مقدار سفارش بصورت زیر خواهد بود :



بنابر این برای هر یک از محدوده ها ، یک مقدار سفارش بر اساس فرمول ویلسون یعنی $Q_w(j)$ بدست خواهد آمد . مقدار سفارش بدست آمده برای هر یک از محدوده ها ممکن است در ناحیه قابل قبول خود نباشد . در چنین حالتی این مقدار سفارش قابل قبول نخواهد بود . در یکی از محدوده ها ، مقدار سفارش بدست آمده قابل قبول خواهد بود . مقدار سفارش قابل قبول در این محدوده را Q_w می نامیم .

به ازای Q_w منحنی TC یک مینی موم نسبی به میزان TC_w خواهد داشت . توجه داشته باشید که بدلیل شیب منفی (کاهشی) منحنی در سمت چپ نقطه TC_w ، نقاط سمت چپ همواره بالاتر از این نقطه میباشند . ولی هر یک از نقاط سمت راست میتوانند از این نقطه پایین تر (دارای هزینه کمتر) باشند .

علاوه بر این از آنجایی که منحنی در سمت راست نقطه TC_w ، دارای شیب افزایشی می باشد ، لذا در هر یک از محدوده های سمت راست این نقطه ، کمترین هزینه به ازای نقاط شکست قیمت (ابتدای محدوده) ایجاد خواهد شد . بنابر این :

برای دستیابی به نقطه سفارش اقتصادی باید مقدار TC را به ازای نقطه Q_w و نقاط شکست قیمت در سمت راست آن بررسی کنیم .

قضیه : اگر $Q_w(j)$ در ناحیه قابل قبول خود باشد ، یعنی $q_j \le Q_w(j) < q_{j+1}$ ، آنگاه مقدار سفارش اقتصادی (Q^*) نمی تواند از $Q_w(j)$ کمتر باشد .

با توجه به قضیه فوق روش حل مدل بشرح زیر می باشد :

روش حل :

قدم اول) مقدار سفارش بر اساس فرمول ویلسون یعنی $Q_w(j)$ را برای هر یک از محدوده ها از انتها به ابتدا بدست می آوریم . هر جایی که این مقدار قابل قبول بود ، توقف نموده و آنرا Q_w مینامیم .

قدم دوم) هزینه کل را به ازاء Q_w و نقاط شکست قیمت در سمت راست آن محاسبه و با هم مقایسه کنید . آن مقدار سفارشی که کمترین هزینه را دارد ، مقدار سفارش اقتصادی (Q^*) خواهد بود .

مثال : مصرف کالایی برابر ۲۵۰۰ واحد در سال میباشد . هزینه های سفارش دهی برای هر بار سفارش برابر ۱۰۰ تومان و هزینه های نگهداری هر واحد کالا در سال برابر ۱۰ درصد قیمت کالا میباشد . قیمت خرید هر واحد کالا به ازاء مقادیر مختلف سفارش در زیر داده شده است . مقدار سفارش اقتصادی برای خرید کالا و هزینه سالیانه مربوطه را بدست آورید .

محدوده (j)	قیمت هر واحد کالا (C_j)	مقدار هر بار سفارش (Q)
0	5.00	$1 \le Q < 500$
1	4.75	$500 \le Q < 2500$
2	4.60	$2500 \le Q < 5000$
3	4.50	$5000 \le Q$

$$Q_w(j) = \sqrt{\frac{2DS}{k.C_j}}$$

$$Q_w(3) = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 100}{0.10 \times 4.50}} = 1054$$ قابل قبول نیست

$$Q_w(2) = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 100}{0.10 \times 4.60}} = 1043$$ قابل قبول نیست

$$Q_w(1) = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 100}{0.10 \times 4.75}} = 1026$$ قابل قبول است

$$Q_w = Q_w(1) = 1026$$

بنابراین نیازی به محاسبه $Q_w(0)$ نمی باشد .

حال لازم است مقدار TC را به ازاء نقطه Q_w و نقاط شکست قیمت در سمت راست آن بررسی کنیم .

بنابراین باید مقدار TC به ازاء مقادیر Q برابر با ۱۰۲۶ ، ۲۵۰۰ و ۵۰۰۰ محاسبه و مقایسه گردد .

$$TC = \frac{DS}{Q} + k.C.\frac{Q}{2} + DC$$

$$TC_w = \frac{2500 \times 100}{1026} + 0.10 \times 4.75 \times \frac{1026}{2} + 2500 \times 4.75 = 12362.32$$

$$TC_{2500} = \frac{2500 \times 100}{2500} + 0.10 \times 4.60 \times \frac{2500}{2} + 2500 \times 4.60 = 12175.00$$

$$TC_{5000} = \frac{2500 \times 100}{5000} + 0.10 \times 4.50 \times \frac{5000}{2} + 2500 \times 4.50 = 12425.00$$

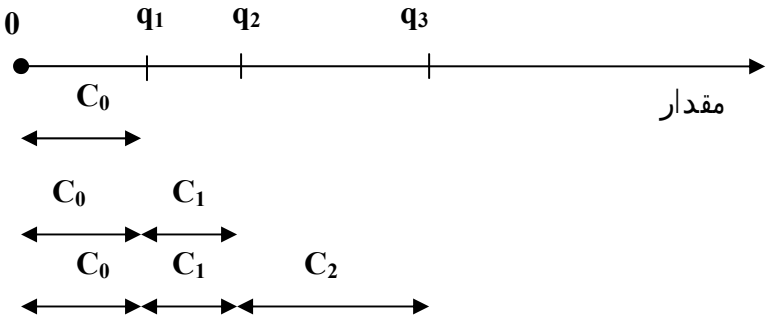
$$TC^* = 12175.00 \quad , \quad Q^* = 2500$$

۲-۷- مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی در حالت وجود تخفیف افزایشی

در این مدل q_1 واحد اولی دارای قیمت C_0 و $q_2 - q_1$ واحد بعدی دارای قیمت C_1 و واحد های واقع در فاصله q_j تا q_{j+1} دارای قیمت C_j هستند .

$$0 < q_1 < q_2 < q_3 < \dots$$

$$C_0 > C_1 > C_2 > C_3 > \dots$$



هزینه خرید کل به ازای مقدار سفارش واقع در محدوده $q_j \le Q < q_{j+1}$ بصورت زیر خواهد بود :

$$C_j(Q) = C_0(q_1 - 0) + C_1(q_2 - q_1) + \dots + C_{j-1}(q_j - q_{j-1}) + C_j(Q - q_j)$$

با توجه به تابع هزینه خرید کل ، متوسط قیمت هر واحد کالا به ازای مقدار سفارش واقع در محدوده $q_j \le Q < q_{j+1}$ بصورت زیر محاسبه میگردد :

$$\frac{C_j(Q)}{Q} = C_j + [C_0 q_1 + C_1(q_2 - q_1) + \dots + C_{j-1}(q_j - q_{j-1}) - C_j q_j]/Q$$

مجموع هزینه ها به ازای مقدار سفارش واقع در محدوده $q_j \le Q < q_{j+1}$ بصورت زیر خواهد بود :

$$TC_j = \frac{DS}{Q_j} + k.\frac{C_j(Q)}{Q}.\frac{Q_j}{2} + D.\frac{C_j(Q)}{Q}$$

لذا مقدار سفارش بر اساس فرمول ویلسون به ازای متوسط قیمت واقع در محدوده $q_j \le Q < q_{j+1}$ بصورت زیر خواهد بود :

$$\frac{\partial TC_j}{\partial Q_j} = 0 \Rightarrow Q_j^* = \sqrt{\frac{2D(S + [C_0 q_1 + C_1(q_2 - q_1) + \dots + C_{j-1}(q_j - q_{j-1}) - C_j q_j])}{k.C_j}}$$

یا بصورت ساده تر میتوان نوشت :

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D(S+b_j)}{k.C_j}} \quad , \qquad b_j = [C_0 q_1 + C_1(q_2 - q_1) + ... + C_{j-1}(q_j - q_{j-1}) - C_j q_j]$$

روش حل :

قدم اول) برای هر یک از محدوده ها ، مقدار سفارش بر اساس فرمول ویلسون (Q_j^*) را بدست آورید .

قدم دوم) به ازای مقادیر سفارش قابل قبول ، مجموع هزینه ها (TC_j) را محاسبه کنید .

قدم سوم) مینی موم TC_j ها را محاسبه کنید . مقدار Q_j^* در ارتباط با این مینی موم همان مقدار سفارش اقتصادی (Q^*) خواهد بود .

مثال : تقاضا برای محصولی ۶۰۰ واحد در سال و هزینه ثابت سفارش معادل ۸ دلار میباشد . هزینه نگهداری هر واحد محصول در سال معادل ۲۰ درصد قیمت محصول میباشد . چنانچه قیمت خرید محصول بر اساس تخفیف افزایشی بصورت جدول زیر داده شده باشد ، مقدار سفارش اقتصادی و مجموع هزینه سالیانه را بدست آورید .

قیمت خرید (C)	مقدار سفارش (Q)
0.30	تا 500 واحد اول
0.29	تا 500 واحد بعدی
0.28	مقادیر بعدی

D=600 واحد در سال S=8 دلار k=0.20

$$C(Q)=\begin{cases}0.30Q; & 0\le Q<500\\ 150+0.29(Q-500)=5+0.29Q; & 500\le Q<1000\\ 295+0.28(Q-1000)=15+0.28Q; & 1000\le Q\end{cases}$$

$$\frac{C(Q)}{Q}=\begin{cases}0.30+\frac{0}{Q}; & 0\le Q<500\\ 0.29+\frac{5}{Q}; & 500\le Q<1000\\ 0.28+\frac{15}{Q}; & 1000\le Q\end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad b_0=0 \quad , \quad b_1=5 \quad , \quad b_2=15$$

$$Q_0^*=\sqrt{\frac{2D(S+b_0)}{kC_0}}=\sqrt{\frac{2\times 600\times(8+0)}{0.20\times 0.30}}=400$$ قابل قبول

$$Q_1^*=\sqrt{\frac{2D(S+b_1)}{kC_1}}=\sqrt{\frac{2\times 600\times(8+5)}{0.20\times 0.29}}=519$$ قابل قبول

$$Q_2^*=\sqrt{\frac{2D(S+b_2)}{kC_2}}=\sqrt{\frac{2\times 600\times(8+15)}{0.20\times 0.28}}=702$$ غیر قابل قبول

$$TC_j=\frac{DS}{Q_j}+k.\frac{C_j(Q)}{Q}.\frac{Q_j}{2}+D.\frac{C_j(Q)}{Q}$$

$$TC_0=\frac{600\times 8}{400}+0.20\times 0.30\times\frac{400}{2}+600\times 0.30=204$$

$$TC_1=\frac{600\times 8}{519}+0.20(0.29+\frac{5}{519})\times\frac{519}{2}+600(0.29+\frac{5}{519})=204.58$$

$$\text{Min}\{TC_0,TC_1\}=TC_0 \quad \Rightarrow \quad Q^*=Q_0^*=400, \quad TC^*=204$$

۸- مقدار سفارش اقتصادی چند کالا و نقش محدودیتها

اکثر سیستمهای موجودی در دنیای واقعی تنها به ذخیره یک قلم کالا اکتفا نمی کنند . در تعیین مقدار سفارش اقتصادی برای چند کالا ، چنانچه محدودیتی در استفاده از منابع (فضای انبار ، بودجه) وجود نداشته باشد ، مقادیر سفارش اقتصادی برای هر یک از اقلام بطور جداگانه میتواند محاسبه گردد . ولیکن چنانچه محدودیتهایی در منابع وجود داشته باشد ، ارتباط و واکنش زیادی می تواند بین اقلام وجود داشته باشد . ممکن است ظرفیت انبار محدود باشد و اقلام برای استفاده از فضای انبار با یکدیگر رقابت نمایند و یا ممکن است میزان سرمایه گذاری محدود باشد و این محدودیت بین سفارش اقلام مختلف رقابت ایجاد نماید .

برخی از انواع مهم محدودیت ها عبارتند از :

۱- محدودیت فضای انبار

۲- محدودیت بودجه

برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی چند کالا در شرایط وجود محدودیت ، دو حالت بشرح زیر را در نظر می گیریم :

۸-۱- مقدار سفارش اقتصادی چند کالا در حالت وجود یک محدودیت

فرض کنید که محدودیت مورد نظر بصورت W باشد یعنی حداکثر بودجه در دسترس یا حداکثر فضای در دسترس برابر W باشد . در این حالت سهم هر واحد کالا از منبع مورد نظر با W_j نشان داده میشود ، یعنی قیمت هر واحد کالا یا حجم هر واحد کالا W_j میباشد . بنابراین مسئله برنامه ریزی غیر خطی زیر را خواهیم داشت :

$$\text{Min } TC = \sum_{j=1}^{n}(\frac{D_j S_j}{Q_j} + k_j C_j \frac{Q_j}{2} + D_j C_j)$$

$$\text{S.t.} \qquad \sum_{j=1}^{n} W_j Q_j \le W$$

برای حل این مسئله باید از تابع لاگرانژ استفاده نمود که این تابع بصورت زیر می باشد :

λ : عامل افزاینده لاگرانژ - قیمت جزئی- هزینه نسبی افزایش فضا

$$L = TC + \lambda(\sum_{j=1}^{n} W_j Q_j - W)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_j} = 0 \quad , \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n}(W_j \cdot \sqrt{\frac{2D_j S_j}{k_j C_j + 2\lambda^* W_j}}) = W \qquad (1)$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D_j S_j}{k_j C_j + 2\lambda^* W_j}} \qquad (2)$$

روش حل :

قدم اول) مقادیر $Q_w(j)$ را با استفاده از فرمول ویلسون بدون در نظر گرفتن محدودیت بدست آورید .

اگر به ازای این مقادیر رابطه محدودیت ارضاء شد ، آنگاه مقادیر بدست آمده همان مقدار سفارش اقتصادی برای هر کالا (Q_j^*) خواهند بود . در غیر اینصورت به قدم دوم بروید .

قدم دوم) با استفاده از روش سعی و خطا از رابطه (۱) مقدار λ^* را بدست آورید .

قدم سوم) با استفاده از رابطه (۲) مقدار Q_j^* را برای اقلام مختلف محاسبه کنید .

قضیه : چنانچه محدودیت مورد نظر میزان سرمایه در دسترس بوده و ضریب هزینه نگهداری برای تمام کالاها برابر باشد ، خواهیم داشت :

$$Q_j^* = \frac{W.Q_w(j)}{\sum_{j=1}^{n} C_j.Q_w(j)}$$

که در این رابطه $Q_w(j)$ مقدار سفارش اقتصادی کالای jام بدون در نظر گرفتن محدودیت می باشد .

۲-۸- مقدار سفارش اقتصادی چند کالا در حالت وجود دو محدودیت

چنانچه دو محدودیت بطور توأم برقرار باشد می توان بصورت زیر عمل نمود :

۱) ابتدا مقادیر سفارش اقتصادی را با صرفنظر کردن از هر دو محدودیت بدست آورید . چنانچه محدودیتها ارضاء گردید ، مقادیر سفارش اقتصادی بدست آمده قابل قبول خواهند بود . در غیر اینصورت به قدم دوم بروید .

۲) مقادیر سفارش اقتصادی را با در نظر گرفتن یکی از محدودیت ها بدست آورید . چنانچه محدودیت دیگر نیز ارضاء گردید ، مقادیر قابل قبول خواهند بود . در غیر اینصورت به قدم سوم بروید .

۳) مقادیر سفارش اقتصادی را با در نظر گرفتن محدودیت دوم و صرفنظر کردن از محدودیت اول بدست آورید . چنانچه به ازای مقادیر بدست آمده محدودیت اول نیز ارضاء گردید ، مقادیر قابل قبول خواهند بود . در غیر اینصورت به قدم چهارم بروید .

۴) هر دو محدودیت فعال می باشند و باید تابع لاگرانژ را با دو محدودیت بطور توأم در نظر بگیرید . در این حالت خواهیم داشت :

$$L = TC + \lambda(\sum_{j=1}^{n} W_j Q_j - W) + \lambda'(\sum_{j=1}^{n} W_j' Q_j - W')$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial Q_j} = 0 \quad , j = 1,2,3,..,n \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda'} = 0 \end{cases}$$

در این حالت باید دستگاه معادلات فوق حل گردد .

مثال : کارخانه ای سه قطعه جزئی مربوط به محصول نهایی را از بیرون خریداری میکند .کمبود مجاز نمی باشد . ضریب هزینه نگهداری هر قطعه ۲۰ درصد می باشد . مدیریت حداکثر بودجه جهت هر بار خرید این سه قطعه را برابر ۱۵۰۰۰ تومان معین نموده است .

همچنین حداکثر فضای در دسترس جهت نگهداری این سه قطعه ۲۰۰ متر مکعب می باشد . سایر اطلاعات در جدول زیر داده شده است . مقدار سفارش اقتصادی برای هر کالا را بدست آورید .

	قطعه ۱	قطعه ۲	قطعه۳
نیاز سالیانه D_j	1000	1000	2000
قیمت واحد C_j	50	20	80
هزینه ثابت سفارش S_j	50	50	50
حجم هر واحد V_j	0.5	0.75	0.9

حل : ابتدا بدون در نظر گرفتن محدودیت ها ، مقدار سفارش اقتصادی برای هر کالا را بدست می آوریم .

$$Q_w(j)=\sqrt{\frac{2D_jS_j}{k_jC_j}} \Rightarrow Q_w(1)=100 \quad Q_w(2)=158 \quad Q_w(3)=112$$

$$\sum W_jQ_w(j)=50\times100+20\times158+80\times112=17120>15000$$

$$Q_j^*=\frac{W.Q_w(j)}{\sum_{j=1}^{n}C_j.Q_w(j)}$$

$$Q_1^*=\frac{15000\times100}{17120}\approx88 \qquad Q_2^*=\frac{15000\times158}{17120}\approx138 \quad Q_3^*=\frac{15000\times112}{17120}\approx98$$

$$\sum W_j'Q_j^*=0.5\times88+0.75\times138+0.9\times98=235.7>200$$

$$\sum_{j=1}^{n}(W_j'.\sqrt{\frac{2D_jS_j}{k_jC_j+2\lambda'^*W_j'}})=W' \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{25000}{10+\lambda'^*}}+\sqrt{\frac{56250}{4+1.5\lambda'^*}}+\sqrt{\frac{162000}{16+1.8\lambda'^*}}=200$$

$\lambda'^*=4.08$,

$$Q_j^*=\sqrt{\frac{2D_jS_j}{k_jC_j+2\lambda'^*W_j'}} \Rightarrow Q_1^*=84.27\ ,\ Q_2^*=99.4\ ,\ Q_3^*=92.56$$

مقادیر سفارش اقتصادی بدست آمده ، محدودیت دوم را ارضاء می نماید . حال محدودیت اول نیز به ازای مقادیر فوق بررسی می گردد :

$$\sum W_jQ_j^*=50\times84.27+20\times99.4+80\times92.56=13606.3<15000$$

از آنجایی که این محدودیت نیز ارضاء گردیده است ، لذا مقادیر سفارش اقتصادی بدست آمده قابل قبول خواهند بود .

۹- تجزیه و تحلیل حساسیت فرمول EOQ

به ازای ایجاد تغییرات در مقدار سفارش ، هزینه های نگهداری و یا هر پارامتر دیگر ، مجموع هزینه های سازمان یعنی TC تغییر پیدا می کند . به عبارت دیگر چنانچه بجای Q^* مقدار Q سفارش داده شود TC^* به TC تغییر پیدا می کند . در اینجا می خواهیم میزان تلورانس مقدار سفارش اقتصادی را بررسی کنیم .

از آنجایی که در هر سازمانی تعیین هزینه نگهداری یا هزینه سفارش یا کمبود بصورت دقیق یا واقعی عملاً ممکن نیست و با تقریب همراه می باشد ، بنابراین مقدار سفارش نیز تا حدی قابل تغییر است که این حدود تلورانس مقدار سفارش اقتصادی نامیده می شود .

اگر فرض کنیم به جای Q^* مقدار Q سفارش داده شود خواهیم داشت :

$$\frac{TC}{TC^*} = \frac{\frac{DS}{Q} + H.\frac{Q}{2}}{\frac{DS}{Q^*} + H.\frac{Q^*}{2}}$$

در نقطه Q^* هزینه سفارشات و هزینه نگهداری با هم برابرند یعنی : $\frac{DS}{Q^*} = H.\frac{Q^*}{2}$.

$$\frac{TC}{TC^*} = \frac{\frac{DS}{Q} + H.\frac{Q}{2}}{2H.\frac{Q^*}{2}}$$

$$\begin{cases} \frac{TC}{TC^*} = \frac{\frac{DS}{Q} + H.\frac{Q}{2}}{H.Q^*} \\ Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \Rightarrow H = \frac{2DS}{Q^{*2}} \end{cases}$$

$$\frac{TC}{TC^*}=\frac{\frac{DS}{Q}+\frac{2DSQ}{Q^{*2}}}{\frac{2DSQ^*}{Q^{*2}}}\Rightarrow \frac{TC}{TC^*}=\frac{1}{2}\left[\frac{Q}{Q^*}+\frac{Q^*}{Q}\right]$$

هرچه Q به Q^* نزدیکتر باشد TC به TC^* نزدیکتر خواهد بود .

مثال : فرض کنید مصرف کالایی در یک شرکت ۳۰۰۰۰۰ واحد در سال و هزینه نگهداری هر واحد کالا ۱۵ ریال در سال و هزینه سفارش برابر ۱۰۰ ریال می باشد . شرکت در نظر دارد در هر مرتبه سفارش مقدار ۴۰۰۰ واحد از کالا سفارش دهد ، این تصمیم چه تأثیری بر هزینه های سازمان خواهد گذاشت ؟

$$Q^*=\sqrt{\frac{2DS}{H}}=\sqrt{\frac{2\times 300000\times 100}{15}}\Rightarrow Q^*=2000$$

$$\frac{TC}{TC^*}=\frac{1}{2}\left[\frac{Q}{Q^*}+\frac{Q^*}{Q}\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{4000}{2000}+\frac{2000}{4000}\right]=1.25$$

به ازای مقدار سفارش $Q=4000$ هزینه سازمان ۲۵ درصد افزایش پیدا می کند .

مشاهده میشود که چنانچه تغییرات مجاز در هزینه های سازمان داده شده باشد (میزان نوسان مجاز درهزینه ها داده شده باشد) ، در آن صورت می توان تلورانس مقدار سفارش را با استفاده از روابط زیر تعیین کرد .

$$\left(\begin{array}{l}\frac{TC}{TC^*}=\alpha\\ \frac{Q}{Q^*}=\beta\end{array}\right)\Rightarrow \frac{TC}{TC^*}=\frac{1}{2}\left[\frac{Q}{Q^*}+\frac{Q^*}{Q}\right]$$

$$\Rightarrow \alpha=\frac{1}{2}\left[\beta+\frac{1}{\beta}\right]\Rightarrow \beta^2-2\alpha\beta+1=0\Rightarrow\left(\begin{array}{l}\beta=\alpha+\sqrt{\alpha^2-1}=\beta_1\\ \beta=\alpha-\sqrt{\alpha^2-1}=\beta_2\end{array}\right)$$

$$\frac{Q}{Q^*}=\beta\Rightarrow Q_1=\beta_1 Q^*$$

$$Q_2=\beta_2 Q^*$$

مقدار تلورانس سفارش $=Q_2-Q_1$

مثال : در مثال قبل اگر مقدار مجاز نوسان در هزینه های کل برابر ۵ درصد تعیین شده باشد حداقل ، حداکثر و تلورانس سفارش اقتصادی را بدست آورید .

D=300000

S=100

H=15

Q*=2000

$$\frac{TC}{TC^*} = 1.05 \Rightarrow \alpha = 1.05$$

$$\beta_1 = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} = 1.37$$

$$\beta_2 = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1} = 0.73$$

$Q_1 = \beta_1 Q^* = 2740$ واحد کالا) (حداکثر مقدار سفارش

$Q_2 = \beta_2 Q^* = 1460$ واحد کالا) (حداقل مقدار سفارش

تلورانس مقدارسفارش $= 2740 - 1460 = 1280$

فصل چهارم

نقطه سفارش مجدد و ذخیره احتیاطی

۱- مقدمه

همانگونه که قبلاً نیز بیان گردید ، برای کنترل صحیح و منظم سفارشات و موجودیها ، معمولاً دستیابی به مقادیر دو پارامتر اصلی لازم خواهد بود . این دو پارامتر عبارتند از :

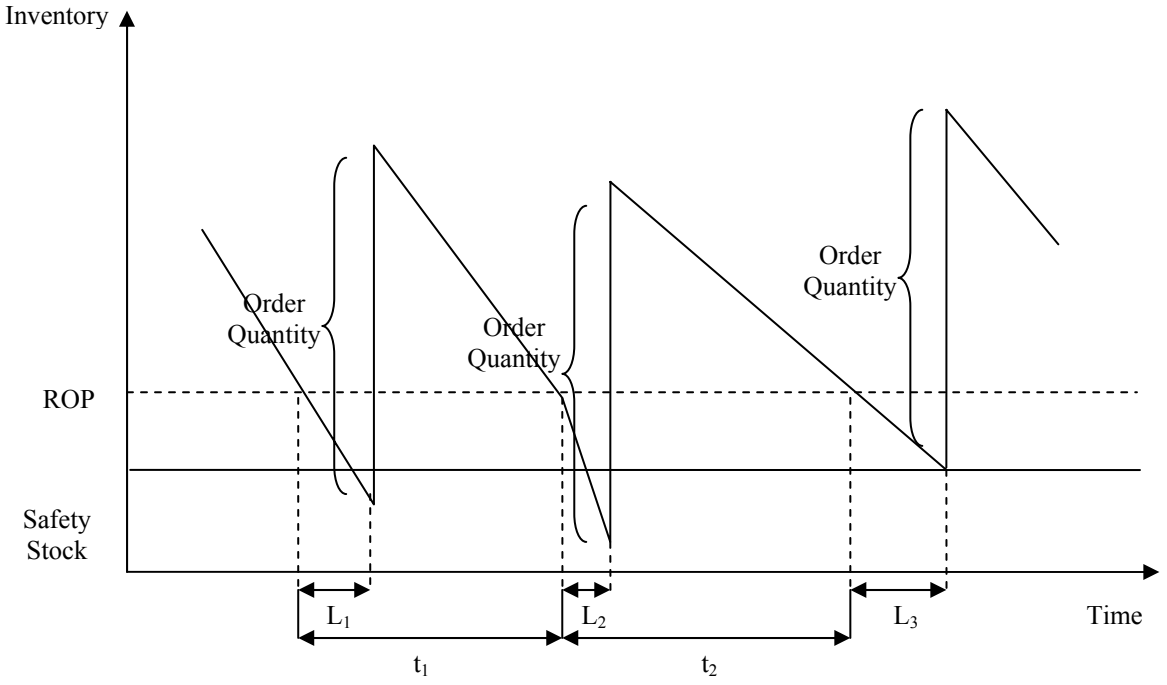
- مقدار هر بار سفارش
- زمان صدور سفارش

در سیستم نقطه سفارش ، برای هر یک از اقلام مقداری بعنوان نقطه سفارش مجدد [1] در نظر گرفته میشود . موجودی کالا بصورت مستمر تحت کنترل بوده و هرزمان که موجودی کالا به نقطه سفارش مربوطه رسید ، برای آن کالا به مقدار معینی سفارش صادر میشود .

در شکل زیر نمودار موجودی – زمان برای یک سیستم کنترل موجودی بر اساس نقطه سفارش در جالت کلی ارائه شده است . همانگونه که در این نمودار ملاحظه میگردد ، در ابتدای دوره مقداری از کالا بعنوان موجودی اولیه در انبار موجود بوده و از این موجودی مصرف صورت گرفته تا موجودی به نقطه سفارش رسیده است . در این زمان ، سفارش برای تأمین مجدد کالا صادر شده است . ولی از زمان صدور سفارش تا زمانی که کالا به انبار رسیده است ، مدت زمانی برابر با L_1 صرف شده است . در طول زمان L_1

[1] Re-Order Point (ROP)

که آن را مدت زمان تحویل[1] می نامیم ، مقداری از موجودی مصرف شده ، ولی قبل از اینکه موجودی کالا به صفر برسد ، سفارش صادر شده دریافت میگردد . سپس مصرف ادامه داشته تا مجدداً سطح موجودی به نقطه سفارش رسیده است و سفارش بعدی صادر شده است . فاصله های زمانی بین صدور سفارشات یک سیکل نامیده میشود . لازم بذکر است که برای حالتهایی که مقدار مصرف و یا مدت زمان تحویل ثابت نباشند ، مقداری بعنوان ذخیره احتیاطی[2] در نظر گرفته شده است .



در فصل قبل مدلهای مختلف برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی مورد بررسی قرار گرفت و اکنون به تعیین نقطه سفارش مجدد خواهیم پرداخت .

[1] Lead Time
[2] Safety Stock

۲- تعریف نقطه سفارش مجدد

چنانچه فروشنده کالا و یا ماشین تولید کننده کالا چنان در نزدیکی یا آماده بکار باشد ، که بلافاصله پس از سفارش ، کالا تحویل گردد ، درآنصورت هنگامی اقدام به سفارش مجدد می نمائیم ، که موجودی به پایان رسیده باشد ، ولی می دانیم که در عمل واقعیت چنین نیست . معمولاً از هنگامی که تصمیم به سفارش گرفته میشود ، مدت زمانی جهت تنظیم سفارش ، استعلام قیمت ، آماده سازی تجهیزات جهت تولید ، حمل کالا از مبدأ تا مقصد و ... صرف می شود . در صورتیکه در موقع اتمام موجودی اقدام به سفارش بنمائیم ، تا هنگام رسیدن کالا ، مؤسسه با کمبود کالا مواجه خواهد شد .

مدت زمان تحویل (تأمین) کالا برابر فاصله زمانی است که از لحظه سفارش کالا تا رسیدن کالا به انبار بطول می انجامد . این مدت زمان از عوامل مختلفی تشکیل شده است که برخی ازاین عوامل عبارتند از:

۱- زمان لازم جهت تنظیم سفارش

۲- زمان لازم جهت استعلام

۳- زمان لازم جهت بررسی قیمتها و انتخاب فروشنده و یا سازنده و ...

۴- زمان لازم جهت ساخت کالا از طرف فروشنده

۵- زمان لازم جهت حمل کالا از مبدأ تا مقصد

۶- زمان لازم جهت ترخیص کالا وامور گمرکی (در صورتیکه کالا از خارج خریداری شود)

۷- زمان لازم جهت شمارش و بازرسی کالا

مدت زمان تحویل کالا برابر جمع زمانهای فوق می باشد . واضح است که این زمان جهت کالاهای مختلف متفاوت است . بنابراین برای جلوگیری از بروز کمبود کالا ، سفارش جدید هنگامی صادر میشود که موجودی به میزان مصرف در طول مدت زمان تحویل کالا وجود داشته باشد . سطحی از موجودی که در آن سطح سفارش جدید صادر می شود به نقطه سفارش مجدد معروف است .

۱-۲- عوامل مؤثر در تعیین نقطه سفارش مجدد

اصولاً دو عامل در تعیین نقطه سفارش مجدد مؤثرند :

۱) موجودی کالا باید به مقداری باشد که تا رسیدن مجدد کالا ، احتیاجات سازمان برآورده شود .

۲) درهنگام نوسانات تقاضا و یا تغییر مدت زمان تأمین کالا ، ذخیره احتیاطی لازم درنظرگرفته شود .

بعضی از شرکتها روشهای ساده ای پیدا نموده اند که طبق آن روش اقدام به سفارش مجدد می نمایند . بطور مثال یک شرکت موقعیکه سطح موجودی کالا به اندازه لازم برای مصرف یک ماه رسید ، اقدام به سفارش مجدد می نماید و اظهار می دارد که از این یک ماه ۲۰ روز جهت انجام سفارشات و رسیدن کالا به انبار و ۱۰ روز بقیه جهت ذخیره احتیاطی در نظر گرفته شده است .

۲-۲- تعیین نقطه سفارش مجدد در مدلهای قطعی کنترل موجودی

همانگونه که قبلاً نیز بیان گردید ، در مدلهای قطعی کنترل موجودی ، نرخ تقاضا و در نتیجه میزان مصرف کالا (D) و مدت زمان تحویل کالا (L) ثابت و معلوم است . در این حالت نقطه سفارش مجدد عبارت از میزان مصرف در طول مدت زمان تحویل کالا بوده و بسادگی بر اساس رابطه زیر بدست می آید :

$$ROP = \text{Demand during Lead time} = D.L$$

لازم بذکر است که در رابطه فوق ، نقطه سفارش مجدد بر حسب موجودی ناخالص بیان گردیده است .

مقدار کمبود مجاز + میزان سفارش در راه + موجودی در دست = موجودی ناخالص

بعبارت دیگر هرگاه وضعیت موجودی سیستم بر حسب موجودی ناخالص ، به نقطه سفارش مجدد (ROP) رسید ، سفارش به میزان Q^* صادر میگردد .

۱-۲-۲- تعیین نقطه سفارش مجدد بر حسب موجودی در دست

برای تعیین نقطه سفارش مجدد بر حسب موجودی در دست ، باید مدلهای مختلف کنترل موجودی به تفکیک مورد بررسی قرار گیرند . در ذیل به تعیین نقطه سفارش مجدد در برخی از مدلهای قطعی کنترل موجودی خواهیم پرداخت .

۱- مدل کلاسیک

مقدار سفارش : Q

مدت زمان یک سیکل : t

مدت تحویل : L

حالت اول : $L \le t$

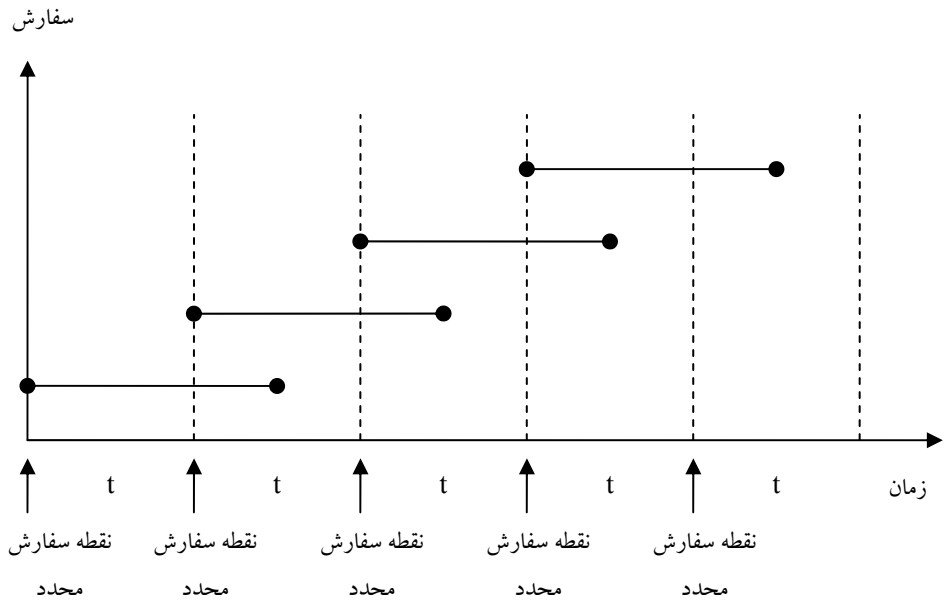
در این حالت تعداد سفارشات در راه (سفارشات دریافت نشده) هرگز بیشتر از یکی نخواهد بود . همچنین در نقطه سفارش مجدد ، هیچ سفارش دریافت نشده ای وجود ندارد . لذا نقطه سفارش مجدد بر حسب موجودی در دست (r_h) بسادگی بر اساس رابطه زیر بدست می آید :

$$ROP = r_h = D.L$$

حالت دوم : $L > t$

در این حالت همواره سفارشات دریافت نشده ای وجود خواهد داشت . بنابراین در اینجا به جز موجودی در دست ، همواره مقداری نیز به عنوان سفارش در راه وجود خواهد داشت .

به عنوان مثال فرض کنید $L = 1.5t$ باشد . همانطورکه در نمودار ساده زیر ملاحظه میشود ، از سیکل دوم به بعد ، در نقطه سفارش مجدد همواره یک سفارش در راه وجود دارد که در طول مدت تحویل دریافت میگردد .



در این مثال ، میزان تقاضا در طول مدت تحویل بصورت زیر میباشد :

$$D.L = \frac{Q}{t}.1.5t = 1.5Q$$ تقاضا در مدت تحویل

که از این مقدار به اندازه $1Q$ به عنوان سفارش در راه ، در طول مدت زمان تحویل دریافت خواهد شد و کافی است که میزان موجودی در دست در نقطه سفارش مجدد به اندازه مابقی یعنی $0.5Q$. باشد

در حالت کلی $m = \left[\frac{L}{t}\right]$ قرار می دهیم که در آن m جزء صحیح $\frac{L}{t}$ است . میتوان گفت که در طول مدت تحویل تعداد m سفارش در راه دریافت خواهد شد .بنابراین موجودی در دست یا بعبارت دیگر نقطه سفارش مجدد بصورت زیر خواهد بود :

$$ROP = \left(\frac{L}{t} - m\right)Q = \frac{Q}{t}.L - mQ = D.L - mQ$$

پس بطور کلی میتوان نوشت :

$$ROP = r_h = \begin{cases} D.L & L \le t \\ D.L - mQ^* & L > t \end{cases}$$

مثال : تقاضا برای کالایی ۶۰۰ واحد در سال میباشد .هزینه هربار سفارش معادل ۸ دلار برآورد شده است . قیمت هر واحد محصول ۰,۳۰ دلار بوده و ضریب هزینه نگهداری معادل ۲۰ درصد در نظرگرفته شده است از آنجایی که کالای مزبور از خارج کشور وارد میگردد ، مدت زمان تحویل کالا یک سال تخمین زده شده است . مقدار سفارش اقتصادی و نقطه سفارش مجدد را بدست آورید .

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{kC}} = \sqrt{\frac{2\times 600\times 8}{0.20\times 0.30}} = 400$$

$$t = \frac{Q^*}{D} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3} \text{ سال} \qquad m = \left[\frac{L}{t}\right] = \left[\frac{1}{2/3}\right] = \left[\frac{3}{2}\right] = 1$$

$$ROP = D.L - mQ^* = (600\times 1) - (1\times 400) = 200$$

۲- مدل کمبود مجاز و قابل جبران

محاسبه نقطه سفارش مجدد برای این مدل ، همانند مدل کلاسیک میباشد ، با این تفاوت که در اینجا ممکن است در زمان سفارش ، موجودی در دست صفر باشد و در عوض مقداری تقاضای معوقه وجود داشته باشد . بنابراین نقطه سفارش مجدد بر حسب موجودی در دست بصورت زیر خواهد بود :

$$ROP = r_h = \begin{cases} D.L - B^* & L \le t \\ D.L - mQ^* - B^* & L > t \end{cases}$$

۳- مدل دریافت تدریجی

در این مدل مدت تحویل عبارت است از فاصله زمانی بین صدور سفارش ساخت ، تا موقعی که اولین واحد تولید شود . در این حالت نقطه سفارش مجدد برحسب موجودی در دست بصورت زیر خواهد بود :

$$ROP = r_h = \begin{cases} D.L - mQ^* & L - mt \le t - t_p \\ (u-p)L - (m+1)(1-\frac{p}{u})Q^* & L - mt > t - t_p \end{cases}$$

۳- مدلهای احتمالی

گاهی ممکن است بر اثر حوادثی مدت تحویل کالا افزایش و یا کاهش یابد . همچنین گاهی ممکن است در نرخ مصرف (D) تغییراتی بوجود آید و مقدار ثابت و معلومی نباشد و میزان مصرف بصورت احتمالی بیان گردد . برای مقابله با این موضوع که باعث میشود کمبود کالا اتفاق بیفتد از ذخیره احتیاطی (ذخیره اطمینان) استفاده میکنیم . نوسانات تقاضا خصوصاً در طی مدت زمان تحویل کالا نقش اساسی دارد . زیرا تغییر تقاضا قبل از زمان تحویل کالا تأثیر چندانی نداشته و فقط زمان سفارش را جابجا خواهد نمود . اما تغییرات تقاضا در زمان تأمین کالا میتواند سازمان را با کمبود کالا و خسارات ناشی از آن روبرو سازد . پارامتر های زیر را در نظر بگیرید .

SS : مقدار ذخیره احتیاطی

ROP: نقطه سفارش مجدد

d: میزان تقاضا در طول مدت تحویل

d_{max} : حداکثر تقاضا در طول مدت تحویل

$\bar{d}$: متوسط تقاضا در طول مدت تحویل

بنابراین نقطه سفارش مجدد و میزان ذخیره احتیاطی باید به گونه ای در نظر گرفته شود که داشته باشیم :

$$ROP = d_{max} = \bar{d} + SS$$

۱-۳- الگوریتم عمومی تعیین میزان ذخیره احتیاطی در حالتی که میزان تقاضا و مدت تحویل بصورت احتمالی با توزیع نرمال مشخص باشند

اگر نرخ تقاضا در دوره (D) بصورت احتمالی با توزیع نرمال داده شده باشد و نیز مدت تحویل (L) را بصورت احتمالی با توزیع نرمال داشته باشیم ، روابط کلی زیر را می توان در نظر گرفت :

$$D \sim N(\overline{D}, \sigma_D) \qquad L \sim N(\overline{L}, \sigma_L) \qquad \Rightarrow \qquad d = D.L \sim N(\overline{d}, \sigma_d)$$

$\overline{d} = \overline{D}.\overline{L}$ = متوسط تقاضا در طول مدت تحویل

$\sigma_d = \sqrt{\overline{L}.\sigma_D^2 + (\overline{D})^2.\sigma_L^2}$ = انحراف معیار تقاضا در طول مدت تحویل

$1-\alpha$: سطح خدمت رسانی $\qquad$ α : سطح ریسک (احتمال کمبود)

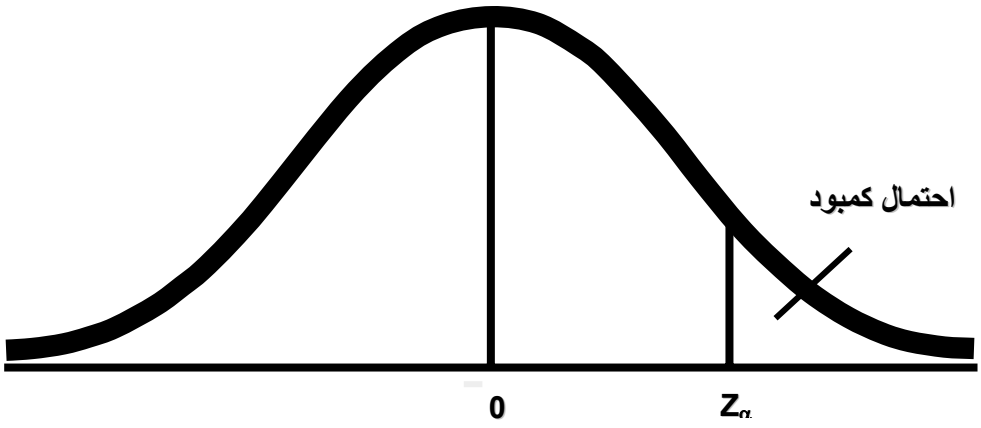
$$P(d > d_{max}) = \alpha$$

$$P(d > d_{max}) = P\left(\frac{d-\overline{d}}{\sigma_d} > \frac{d_{max}-\overline{d}}{\sigma_d}\right) = P(Z > Z_\alpha) = 1 - \phi(Z_\alpha) = \alpha$$

$$\frac{d_{max}-\overline{d}}{\sigma_d} = Z_\alpha \qquad \Rightarrow \qquad d_{max} = \overline{d} + Z_\alpha.\sigma_d \qquad (1)$$

$$ROP = d_{max} = \overline{d} + SS \qquad \Rightarrow \qquad d_{max} = \overline{d} + SS \qquad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \qquad SS = Z_\alpha.\sigma_d$$



بر اساس رابطه کلی ارائه شده تمامی حالتهای مختلف را میتوان بشرح ذیل بدست آورد .

۱- میزان تقاضا و مدت تحویل هر دو ثابت باشند :

$$\overline{D} = D,\ \sigma_D = 0 \qquad \overline{L} = L,\ \sigma_L = 0$$

$$\overline{d} = D.L,\ \sigma_d = 0 \qquad SS = Z_\alpha . \sigma_d = 0$$

$$ROP == \overline{d} + SS = D.L$$

۲- مدت تحویل ثابت باشد و مقدار تقاضا در طول مدت تحویل با توزیع نرمال داده شده باشد :

$$d \sim N(\overline{d}, \sigma_d) \Rightarrow \qquad SS = Z_\alpha . \sigma_d \ ,\ ROP = \overline{d} + SS$$

۳- مدت تحویل ثابت باشد و نرخ تقاضا در طول دوره بصورت احتمالی با توزیع نرمال داده شده باشد :

$$D \sim N(\overline{D}, \sigma_D) \qquad \overline{L} = L,\ \sigma_L = 0$$

$$\overline{d} = \overline{D}.L \qquad \sigma_d = \sqrt{L.\sigma_D^2 + (\overline{D})^2.0} = \sigma_D . \sqrt{L}$$

$$SS = Z_\alpha . \sigma_d \qquad ROP = \overline{d} + SS$$

۴- مقدار تقاضا ثابت باشد و مدت تحویل بصورت احتمالی با توزیع نرمال داده شده باشند:

$$\overline{D} = D,\ \sigma_D = 0 \qquad L \sim N(\overline{L}, \sigma_L)$$

$$\overline{d} = D.\overline{L} \qquad \sigma_d = \sqrt{\overline{L}.0 + D^2.\sigma_L^2} = D.\sigma_L$$

$$SS = Z_\alpha . \sigma_d \qquad ROP = \overline{d} + SS$$

مثال : متوسط تقاضا برای محصولی ۲۴۰ واحد در سال با انحراف معیار ۸ واحد در سال میباشد ، که توزیع آن نرمال است . همچنین مدت تحویل نیز متغیر تصادفی نرمال با متوسط۴ ماه و واریانس ۱ میباشد. برای سطح خدمت ۹۵٪ نقطه سفارش مجدد و مقدار ذخیره احتیاطی را تعیین نمائید .

$\overline{D} = 240$ واحد / سال = 20 واحد / ماه

$\sigma_D = 8$ واحد / سال = $\frac{2}{3}$ واحد / ماه

$\overline{L} = 4$ ماه $\qquad \sigma_L = 1$ ماه

$\alpha = 0.05 \qquad \Rightarrow \qquad Z_{0.05} = 1.645$

$\overline{d} = \overline{D}.\overline{L} = 20 \times 4 = 80$

$\sigma_d = \sqrt{\overline{L}.\sigma_D^2 + (\overline{D})^2.\sigma_L^2} = \sqrt{4 \times (2/3)^2 + (20)^2 \times 1} = 20.04$

$SS = Z_\alpha.\sigma_d = 1.645 \times 20.04 = 33$

$ROP = \overline{d} + SS = 80 + 33 = 113$

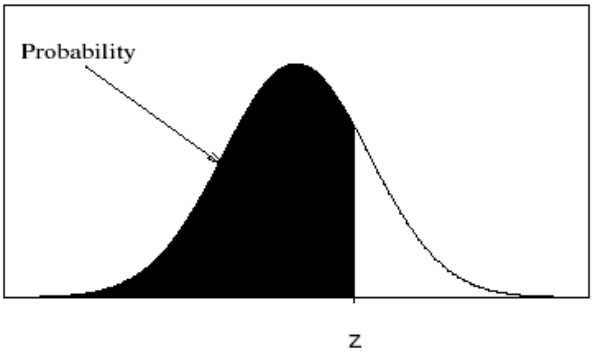


Table entry for z is the probability lying to the left of z

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

سؤالات امتحانی میان ترم نیمسال دوم سال تحصیلی ۸۷-۸۶

۱ - تقاضای محصولی برای شش ماه گذشته بصورت جدول زیر داده شده است . روند اولیه را معادل $T_0 = 20$ و پیش بینی اولیه را معادل $TAF_0 = S_0 = 160$ در نظر بگیرید . با کمک روش نمو هموار با اصلاح روند به ازای $\alpha = \beta = 0.3$ ، تقاضای ماههای اول تا هفتم را پیش بینی نمائید .

ماه	تقاضا			
1	176			
2	212			
3	235			
4	280			
5	320			
6	375			
7				

۲ – تقاضای محصولی برای شش ماه گذشته بصورت جدول زیر داده شده است . مطلوبست :

الف) تعیین معادله خط روند (رگرسیون) برای پیش بینی تقاضا

ب) پیش بینی تقاضای ماههای اول تا هشتم بر اساس روش رگرسیون خطی

ج) با محاسبه ضریب همبستگی در مورد قابلیت اطمینان مقادیر پیش بینی شده ، بحث نمائید .

ماه	تقاضا						Forecast
1	176						
2	212						
3	235						
4	280						
5	320						
6	375						
7							
8							

۳ – با استفاده از مقادیر پیش بینی شده در مسائل اول و دوم مطلوبست :

الف) محاسبه سیگنالهای ردیابی ماههای اول تا ششم برای دو روش مذکور

ب) چنانچه حدود مجاز سیگنالهای ردیابی بین 4- و 4+ در نظرگرفته شود ، درمورد مقادیرمحاسبه شده بحث نمائید.

ج) با محاسبه Mean Absolute Deviation (MAD) برای هردو روش ، در مورد میزان دقت روشها اظهار نظرکنید.

ماه (t)	تقاضا (A)	Linear Regression Forecast				Trend-Adjusted Exponential Smoothing Forecast			
		Forecast	CFE	MAD	Tracking Signal	Forecast	CFE	MAD	Tracking Signal
1	176								
2	212								
3	235								
4	280								
5	320								
6	375								

۴ – تقاضای محصولی بصورت فصلی برای سالهای ۱۳۸۴ و۱۳۸۵ درجدول زیر داده شده است. با استفاده از روش نمو هموار ساده با الگوی فصلی به ازای $\alpha = 0.2$ و $\beta = 0.4$ ، با استفاده از روش هموارسازی نمایی با الگوی فصلی تقاضای بهار ۱۳۸۶ تا بهار ۱۳۸۷ را پیش بینی نمائید .

				تقاضای سال ۱۳۸۵	تقاضای سال ۱۳۸۴	فصل
				800	500	بهار
				700	450	تابستان
				900	600	پائیز
				1100	750	زمستان

				تقاضا	دوره
				900	بهار ۱۳۸۶
				750	تابستان ۱۳۸۶
				1150	پائیز ۱۳۸۶
				1500	زمستان ۱۳۸۶
					بهار ۱۳۸۷

سؤالات امتحانی میان ترم نیمسال اول سال تحصیلی ۸۸-۸۷

۱ - تقاضای محصولی برای شش ماه گذشته در جدول زیر داده شده است . (۱۰ نمره)

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تقاضا	۱۸۰	۲۱۰	۲۳۰	۲۷۰	۳۲۰	۳۸۰

الف) با استفاده از روش نمو هموار ساده به ازای $\alpha = 0.2$ پیش بینی تقاضای ماههای اول تا هفتم را محاسبه نمائید .

ب) با کمک روش نمو هموار با اصلاح روند به ازای $\alpha = \beta = 0.3$ ، تقاضای ماههای اول تا هفتم را پیش بینی نمائید . روند اولیه را معادل ۳۰ و پیش بینی اولیه را معادل ۱۵۰ در نظر بگیرید .

ج) ضمن تعیین معادله خط روند (رگرسیون) برای پیش بینی تقاضا ، تقاضای ماههای اول تا هشتم را براساس روش رگرسیون خطی پیش بینی نموده و در مورد قابلیت اطمینان این روش بحث نمائید .

د) سیگنالهای ردیابی ماههای اول تا ششم را برای سه روش فوق الذکر بدست آورده و درمورد مقادیرمحاسبه شده ، بحث نمائید .

ه) با محاسبه MAD برای هر سه روش (براساس داده های ماههای اول تا ششم) میزان دقت روشها را مقایسه و بحث نمائید .

۲ – تقاضای محصولی بصورت فصلی برای سالهای ۱۳۸۵ و۱۳۸۶ در جدول زیر داده شده است . (۵ نمره)

فصل	بهار	تابستان	پائیز	زمستان
تقاضای سال ۱۳۸۵	۵۰۰	۴۰۰	۶۰۰	۸۵۰
تقاضای سال ۱۳۸۶	۸۰۰	۷۰۰	۹۰۰	۱۲۰۰

الف) با استفاده از روش میانگین متحرک چهار دوره ای با در نظر گرفتن تغییرات فصلی ، تقاضای فصول مختلف سال ۱۳۸۷ و فصل بهار سال ۱۳۸۸ را پیش بینی نمائید . (تقاضای واقعی فصول مختلف سال ۱۳۸۷ در جدول ذیل داده شده است)

ب) با استفاده از روش نمو هموار ساده با الگوی فصلی به ازای $\alpha = 0.2$ و $\beta = 0.4$ ، تقاضای فصول مختلف سال ۱۳۸۷ و فصل بهار سال ۱۳۸۸ را پیش بینی نمائید . (تقاضای واقعی فصول مختلف سال ۱۳۸۷ در جدول ذیل داده شده است)

فصل	بهار	تابستان	پائیز	زمستان
تقاضای سال ۱۳۸۷	۹۰۰	۷۵۰	۱۱۰۰	۱۵۰۰

۳- میزان تقاضای سالیانه و قیمت ۱۰ نوع کالا در جدول زیر داده شده است . (۵ نمره)

شماره کالا	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
میزان تقاضا	۹۰	۴۰	۱۳۰	۶۰	۱۰۰	۱۸۰	۱۷۰	۵۰	۶۰	۱۲۰
قیمت هر واحد	۶۰	۳۵۰	۳۰	۸۰	۳۰	۲۰	۱۰	۳۲۰	۵۱۰	۲۰

الف) طبقه بندی ABC را برای این اقلام بدست آورید .

ب) ضمن مشخص نمودن درجه و میزان دقت لازم برای کنترل موجودی هر گروه از اقلام ، سیستم کنترل موجودی مناسب را برای هر گروه از اقلام پیشنهاد داده و در مورد مزایا و معایب سیستم پیشنهادی بحث نمائید .

سؤالات امتحانی پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۸۸-۸۷

۱- یک کارخانه سازنده لوازم برقی برای تولید انواع محصولات خود از یک نوع الکتروموتور به میزان ۱۹۲۰۰۰ دستگاه در سال استفاده میکند . کارخانه این نوع الکتروموتور را با نرخ ۹۶۰ دستگاه در روز تولید می نماید . تعداد روزهای کاری در سال را برابر ۲۵۰ روز در نظر بگیرید . هزینه راه اندازی ماشین آلات برای هر بار تولید برابر ۶۴۰ دلار میباشد .

با استفاده از اطلاعات فوق به هریک از قسمتهای ذیل بطور مستقل پاسخ دهید .

الف) فرض کنید هزینه های نگهداری در این کارخانه شامل دو بخش است . بخش اول ، مخارج حاصل از سرمایه گذاری و برابر ۲۰ درصد متوسط موجودی انبار بوده و بخش دوم ، مخارج فیزیکی انبار و برابر ۵ درصد ماکزیمم موجودی انبار میباشد . ضمن تعیین تابع مجموع هزینه های سالیانه سیستم (بدون در نظر گرفتن هزینه خرید) ، رابطه مقدار تولید اقتصادی را در این حالت محاسبه نموده و مقدار تولید اقتصادی در هر بار سفارش ساخت را بدست آورید .

ب) فرض کنید واحد حسابداری صنعتی کارخانه ، هزینه ساخت هر دستگاه الکتروموتور بر اساس میزان تولید را بصورت جدول مقابل برآورد نموده است :

هزینه ساخت هر دستگاه (دلار)	میزان تولید (سفارش)
50	$1 \le Q < 10000$
48	$10000 \le Q < 20000$
47	$20000 \le Q < 30000$
45	$30000 \le Q$

در این حالت هزینه های نگهداری هر دستگاه الکتروموتور در سال را بطور ثابت معادل ۵ دلار در نظر بگیرید . مقدار سفارش اقتصادی برای هر بار ساخت الکتروموتور را بدست آورید .

ج) فرض کنید سیاست خرید الکتروموتورها بجای ساخت آنها مطرح شده باشد ، بگونه ای که سفارشات خرید بطور یکجا دریافت گردد . قیمت خرید هر دستگاه الکتروموتور بر اساس میزان سفارش بصورت جدول مقابل داده شده است :

قیمت خرید هر دستگاه (دلار)	میزان سفارش
50	تا ۱۰۰۰۰ دستگاه اول
48	تا ۱۰۰۰۰ دستگاه دوم
47	تا ۱۰۰۰۰ دستگاه سوم
45	مقادیر بعدی

در این حالت هزینه های نگهداری هر دستگاه الکتروموتور در سال را معادل ۲۰ درصد قیمت خرید در نظر بگیرید . مقدار سفارش اقتصادی برای هر بار خرید را بدست آورید .

د) فرض کنید کمبود این نوع الکتروموتور موجب تغییر در برنامه تولید محصولات نهایی شده که هزینه سفارشات عقب افتاده برای هر دستگاه الکتروموتور برابر ۱۰ دلار درسال میباشد . چنانچه هزینه ساخت هر دستگاه الکتروموتور برابر ۵۰ دلار و هزینه های نگهداری هردستگاه معادل ۵ دلار در سال باشد ، مقدار تولید اقتصادی و کمبود مجاز در هر بار سفارش را بدست آورید .

۲- در یک تعمیرگاه مجاز خودرو از نوعی روغن موتور استفاده میگردد که هزینه های سفارش دهی آن معادل ۳۶۰۰۰۰ ریال در هر بار سفارش و هزینه های نگهداری برای هر گالن روغن معادل ۲۶۰۰۰ ریال در سال برآورد گردیده است . مسئول تعمیرگاه سطح خدمت رسانی به مشتریان را معادل ۹۰ درصد تعیین نموده است . سال را معادل ۵۲ هفته و $Z_{0.10} = 1.28$ در نظر بگیرید .

با استفاده از اطلاعات فوق به هریک از قسمتهای ذیل بطور مستقل پاسخ دهید .

الف) اگر میزان مصرف روغن موتور ثابت و حدود ۱۳۰۰۰ گالن در سال و مدت زمان تحویل سفارشات ۴ هفته باشد ، مقدار سفارش اقتصادی و نقطه سفارش مجدد را تعیین کنید .

ب) اگر میزان مصرف روغن موتور در طول مدت تحویل ثابت ، دارای توزیع نرمال با متوسط ۴۰۰ گالن و انحراف معیار ۲۵ گالن باشد ، سطح موجودی در دست در نقطه سفارش و میزان ذخیره احتیاطی را بدست آورید .

ج) فرض کنید میزان مصرف روغن موتور ثابت و حدود ۱۳۰۰۰ گالن در سال و مدت زمان تحویل سفارشات دارای توزیع نرمال با متوسط ۲ هفته و انحراف معیار $\frac{1}{2}$ هفته باشد . نقطه سفارش مجدد و میزان ذخیره احتیاطی را بدست آورید .

۳- یک شرکت دو نوع محصول را برای فروش نگهداری میکند . هزینه سفارش دهی برای هر یک از انواع محصولات معادل ۵۰ دلار میباشد . ضریب هزینه نگهداری برای هر دونوع محصول یکسان و معادل ۱۰ درصد در نظر گرفته شده است . سایر داده ها در جدول زیر خلاصه شده است :

داده ها	محصول ۱	محصول ۲
تقاضا در سال	۱۶۰۰	۱۲۵۰
قیمت هر واحد (دلار)	۱۰	۵
حجم هر واحد (متر مکعب)	۰/۵	۰/۲۵

مدیریت تصمیم گرفته است که در هر زمان بیش از ۵۰۰۰ دلار سرمایه بعنوان موجودی نگهداری نکند . همچنین فضای انبار نیز محدود بوده و ظرفیتی حدود ۲۲۵ متر مکعب دارد . با توجه به اطلاعات فوق مقدار سفارش اقتصادی را برای این دو نوع محصول بدست آورید .

فهرست منابع و مراجع

۱- حاج شیر محمدی ، علی ، اصول برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها ، چاپ سوم ، انتشارات ارکان دانش ، ۱۳۸۵ .

۲- فاطمی قمی ، محمد تقی ، برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودیها ، نشر دانش آموز ، چاپ اول ، ۱۳۷۴ .

3- Fogarty, Donald W., Blackstone, and Hoffmann, T., Production and Inventory Management, 2nd. Ed. Thompson Information Publishing, 2000.

4- Stevenson, William J., Operations Management, 8th. Ed. McGraw-Hill, 2005.

5- Silver, E.A., Peterson, Rein, Decision Systems for Inventory Management and Production Planning, John Wiley & Sons, 1985.